

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» МОН України

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» МОН України

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

Дубік Роман Миколайович

УДК 519.6:681.5

Дисертація
Моделювання і робастне керування процесу контактної мембранної
дистиляції

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за
спеціальністю 05.13.07 – Автоматизація процесів керування

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело:

_____ Р.М. Дубік

Науковий керівник Ладієва Леся Ростиславівна к. т. н., доц.

Київ – 2019

АНОТАЦІЯ

Дубік Р.М. Моделювання і робастне керування процесу контактної мембранної дистиляції. Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.07 «Автоматизація процесів керування». Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Київ, 2019.

Дисертація присвячена питанням підвищення ефективності керування установкою контактної мембранної дистиляції, що сприятиме підвищенню рівня енергозбереження процесу при невизначеності функціональних властивостей мембрани. Дефіцит свіжої води став великою проблемою нашого часу. За даними ООН, що понад мільярд людей на землі не мають доступу до чистої прісної води. Традиційні джерела енергії та резервуари прісної води швидко стають дефіцитними. Виникла сильна потреба в розробці менш енерго інтенсивних і екологічно безпечних методах очищення води. В даний час, на зворотній осмос припадає 60% опріснювальних споруд по всьому світу. Альтернативою зворотному осмосу є контактна мембранна дистиляція (КМД). Цей процес може керуватися за допомогою відпрацьованого тепла, в тому числі сонячної енергії, геотермальної енергії і енергії відходів, що пов'язано з низькою температурою промислових потоків. Мембрана, що використовується в процесі мембранної дистиляції, забезпечує проходження тільки парів води і таким чином, продукт, отриманий теоретично 100% чистий від твердих або нелетких забруднюючих речовин. Для процесу характерні внутрішні збурення, зокрема завдяки концентраційній поляризації. Під час переносу через пори мембрани розчинника, концентрація розчиненої речовини біля її поверхні зростає, що призводить до ряду небажаних наслідків. З часом експлуатації керування процесом КМД ускладнюється через зміну характеристик мембрани. Для забезпечення тривалої роботи системи виникла необхідність побудувати

систему керування процесом, яка забезпечить якість керування в разі суттєвих невизначеностей та неконтрольованих внутрішніх збурень, зменшення витрат на керування і одночасне врахування зміни проникності мембрани для переходу з режиму нормальної експлуатації на режим очистки мембрани.

Розроблена математична модель процесу, яка враховує просторовий розподіл швидкостей і температур за каналами мембранного модуля (ММ) і в порах мембрани і включає рівняння гідродинаміки і тепломасообміну. Результати моделювання показали, що по довжині каналу мембранного модуля збільшується температурна поляризація, яка призводить до зменшення температури розчину на поверхні випаровування мембрани і її збільшення на поверхні конденсації, перепад температур на мембрані стає меншим. Дана математична модель може бути застосована для аналізу температурного поля в мембранному модулі на етапі проектування чи в якості еталонної моделі.

Для цілей керування розроблена математична модель динаміки процесу КМД з зосередженими параметрами. Запропонована математична модель процесу КМД є нелінійною по відношенню до температури розчину. Проведемо аналіз впливу нелінійності в діапазоні очікуваних температур розчину і дистилату. Отримані перехідні процеси за каналами збурення і керування.

Температурна поляризація негативно впливає на продуктивність процесу КМД. В результаті забруднення поверхні мембрани в процесі роботи змінюється термічний опір. Поверхня мембрани гідрофобна і при тривалому контакті з водним розчином змінюється гідрофільно-гідрофобний баланс поверхневого шару і зокрема пористість мембрани. У мембранному модулі невизначеними параметрами є сумарний термічний опір і пористість мембрани, які суттєво впливають на якість ведення процесу. Рушійною силою процесу є перепад температур між розчином і дистилатом на вході в мембранний розчин. При погіршенні стану мембрани і зміні її проникності

збільшується перепад температур на виході з мембранного розчину, який вибрано непрямим показником якості ведення процесу. Для синтезу системи керування процесом КМД розглядається промислова установка КМД як система «нагрівач – мембранний модуль». При розробці математичної моделі нагрівача припущено, що є об'єктом з зосередженими параметрами. Розроблена математична модель динаміки процесу КМД враховує невизначеності параметрів процесу. Для математичного опису невизначеності параметрів застосовано верхнє дробово-лінійне перетворення.

Проведено аналіз впливу невизначеностей на роботу установки КМД. Дослідження логарифмічних амплітудо-частотних і логарифмічних фазочастотних характеристик об'єкту при різних значеннях структурованих параметричних збурень показали, що чутливість системи до невизначеностей моделі проявляється в високочастотній області.

Ставилася задача розробки системи керування процесом КМД, яка мала б зберігати стійкість та підтримувати показник якості в допустимих межах при зменшенні витрат на керування за умови зміни характеристик мембрани в процесі експлуатації без використання методів адаптації. Тому поставлена і розв'язана задача робастного керування процесом. Для розв'язання задачі робастного керування застосували H_∞ оптимізацію. На основі аналізу стану мембрани в процесі роботи вважалося, що сумарний термічний опір підвищується на +20 %, а пористість мембрани зменшується на 20 %. Синтез H_∞ регулятора полягав у пошуку стабілізуючого регулятора $K(s)$, який би забезпечував ведення процесу з достатньою якістю за умови погіршення функціональних властивостей мембрани. Субоптимальний H_∞ синтез полягав у знаходженні регулятора $K(s)$ такого, щоб H_∞ норма менше заданого додатного числа γ . Матрична передатна функція додаткової чутливості $T(s)$ встановлює зв'язок між перепадом температур на виході мембранного модуля та його бажаним значенням. Матрична передатна функція чутливості $S(s)$ описує перепад температур на виході ММ як

функцію входу невизначеностей процесу. Необхідний великий коефіцієнт підсилення контуру в низькочастотній області і малий в високочастотній області. Для того щоб знизити чутливість системи до невизначеностей процесу необхідно утримувати малу величину $T(s)$ в частотному діапазоні очікуваних невизначеностей, тобто в високочастотній області. Необхідний компроміс між мінімізацією функції чутливості і додаткової функції чутливості. Завдяки ваговим передатним функціям домоглися від системи необхідних фазових та амплітудних складових як на вхідних, так і на вихідних сигналах. Проведено аналіз та вибір вагових функцій для синтезу робастних регуляторів з метою забезпечення якості на низьких частотах і стійкості в високочастотній області. Процедура H_∞ синтезу полягала в послідовному розв'язку двох рівнянь Ріккаті для регулятора і спостерігача та отримано найменше значення $\gamma = 0,64$ на 11 ітерації. Розроблена система керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах параметричної невизначеності з H_∞ регулятором, яка забезпечує робастну стійкість 0,98, але не забезпечує необхідну робастну якість 1,08. Тому синтезована система керування з μ регулятором, який забезпечив задані динамічні характеристики системи при слабкій чутливості до зміни функціональних параметрів мембрани. Скористалися процедурою D-K – ітерацій, що дала змогу мінімізувати структуроване сингулярне число μ за допомогою покрокового застосування процедури H_∞ синтезу для знаходження оптимального регулятора $K(s)$. В узагальнену модель процесу КМД, що використовується в μ -синтезі, входять вагові передатні функції і матриці масштабувальних передатних функцій, що призводить до збільшення розмірності моделі системи та розмірності регулятора $K(s)$. У зв'язку з цим виникає задача зниження розмірності регулятора. Дана задача вирішується методом оптимальної апроксимації за допомогою ганкелевої норми. Розмірність отриманого регулятора 9 порядок, а редукованого 4-й. За 4 ітерації було синтезовано μ регулятор порядку 9 з кінцевим значенням $\gamma = 0,62$, робастна стійкість системи керування становить 0,91, а робастна

якість 0,90. Завершальним етапом є зниження порядку регулятора. Точність за ганкелевою нормою становить 10^{-9} при цьому помилка між номінальним і редукованим регулятором нульова.

Для перевірки дієздатності програмного модуля проведені дослідження в умовах, наближених до реальних на лабораторній установці в лабораторії мембранних процесів Національного університету «Києво-Могилянська академія». Проведена перевірка адекватності математичної моделі процесу КМД, призначеної для цілей керування. Сума квадратів нев'язок перехідної характеристики спрощеної математичної моделі процесу КМД відносно експериментальних даних за каналом «температура розчину на вході в мембранний модуль – температура розчину на виході з мембранного модуля» дистиляції становить близько 0,016, а моделі з розподіленими параметрами близько 0,011.

Розроблені варіанти систем автоматичного керування процесом КМД, основна відмінність яких полягає в способі вимірювання перепаду температур, що впливає на пропускну здатність мембрани. Розроблена система керування процесом на основі робастного регулятора, що забезпечує керування процесом в умовах невизначеності і дозволяє при необхідності зупиняти установку на очистку чи заміну мембрани.

Розроблений програмний модуль «Моделювання та оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції» впроваджений на ПрАТ «РОСИЧ» у складі системи автоматичного керування концентрування освітлених яблучних соків. У навчальний процес кафедри автоматизації хімічних виробництв Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» впроваджені математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції, системи оптимального і робастного керування процесом контактної мембранної дистиляції.

Ключові слова: контактна мембранна дистиляція, мембрана, математичне моделювання, робастне керування, система керування.

SUMMARY

Dubik R.N. Modeling and robust control process of contact membrane distillation. – Qualification scientific work manuscript copyright.

Dissertation for the degree of candidate of technical sciences in specialty 05.13.07 – Automation of control processes. – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, 2019.

The thesis is devoted to the issues of improving efficiency management of the contact membrane distillation installation, which will help to increase the level of energy saving process with uncertainty of the membrane functional properties. The lack of fresh water has become a big problem of our time. According to the UN, more than a billion people on earth do not have access to clean fresh water. Traditional energy sources and freshwater reservoirs are rapidly becoming scarce. There was arise a strong need to develop less energy intensive and environmentally friendly water purification methods. Currently, reverse osmosis accounts for 60 % of desalination plants around the world. An alternative to reverse osmosis is a contact membrane distillation (CMD). This process can be managed by using waste heat, including solar energy, geothermal energy and waste energy, which is due to the low temperature industrial flows. The membrane, which is used in the process of membrane distillation, provide the passage of only water vapor and thus, the obtained product is theoretically 100% pure from solid or non-volatile pollutants. The process is characterized by internal perturbations, in particular due to concentration polarization. During the solvent transfer through the membrane pores, the concentration of the dissolved substance near its surface increases, which leads to a number of undesirable consequences. With time in operation - management of CMD process became complicated due to changes in membrane characteristics. To ensure long-term operation of the system, it became necessary to build a process control system that will provide quality control in the event of significant uncertainties and uncontrolled internal disturbances, reducing control

costs and simultaneously taking into account changes in membrane permeability for switching from normal operating conditions to the membrane cleaning mode.

Has been developed a mathematical model of the process that takes into account the spatial velocity distribution and temperatures along the channels of the membrane module (MM) and in the pores of the membrane and includes the equations of hydrodynamics and heat and mass transfer. The simulation results showed that along the length of the membrane module channel the temperature polarization increases, which leads to decreasing solution temperature on the evaporation surface of the membrane and its increasing on the condensation surface, the temperature difference on the membrane becomes smaller. This mathematical model can be applied to analyze the temperature pattern in a membrane module at the design stage or as a reference model.

For management purposes, has been developed a mathematical model of the dynamics CMD process with lumped parameters. Proposed mathematical model of the CMD process is non-linear with respect to the temperature of the solution. We will analyze the influence of nonlinearity in the range expected temperatures of the solution and distillate. Obtained transients via perturbation and control channels.

Temperature polarization has a negative effect on the performance of the CMD process. As a result of the membrane surface contamination during operation, the thermal resistance changes. The membrane surface is hydrophobic and upon prolonged contact with an aqueous solution, the hydrophilic-hydrophobic balance of the surface layer and, in particular, the membrane porosity changes. In the membrane module, the uncertain parameters are the total thermal resistance and the porosity of the membrane, which significantly affect the quality of the process. The driving force of the process is the temperature difference between the solution and the distillate at the inlet to the membrane solution. When the state of the membrane deteriorates and its permeability changes, the temperature difference increases at the outlet of the membrane solution, which is chosen as an indirect measure of the quality conducting process. For the synthesis of a CMD process control system, an industrial CMD installation is considered as a “heater-

membrane module” system. During developing mathematical model of the heater, assumed to be an object with lumped parameters. Developed a mathematical model of the process dynamics CMD takes into account the uncertainties of the process parameters. For the mathematical description of the parameters uncertainty, there is applied upper fractional linear transformation.

Was analyzed influence of uncertainties on the installation of CMD. Research of the logarithmic amplitude-frequencies and logarithmic phase-frequency characteristics of the object with various values of structured parametric perturbations showed that the sensitivity of the system to the model uncertainty is manifested in the high-frequency region.

The task was to develop a control system for the CMD process, which should maintain stability and maintain a quality indicator within the acceptable limits with reduced management costs, provided that the membrane characteristics change during operation without the use of adaptation methods. Therefore, the problem of robust process control has been posed and solved. To solve the robust control problem, we applied H_∞ optimization. Based on the analysis of the membrane state, during operation, it was believed that the total thermal resistance increases by +20 %, and the porosity of the membrane decreases by 20 %. The synthesis of the H_∞ regulator consisted in the search for a stabilizing regulator $K(s)$, which would ensure that the process was conducted with sufficient quality, provided that the functional properties of the membrane deteriorated. Suboptimal H_∞ synthesis consisted in finding a regulator $K(s)$, such that H_∞ is the norm less than a given positive number γ . The matrix transfer function of the complementary sensitivity $\mathbf{T}(s)$ establishes a connection between the temperature difference at the output of the membrane module and its desired value. The matrix transfer function of sensitivity $\mathbf{S}(s)$ describes the temperature difference at the output of MM as entry function of the process uncertainties. There is needed a large loop gain in the low-frequency region and small in the high-frequency region. In order to reduce system sensitivity to the process uncertainty, it is necessary to keep a small value $\mathbf{T}(s)$ in the frequency range of the expected uncertainties, that is, in the high-

frequency region. There is needed a tradeoff between minimizing the sensitivity function and the additional sensitivity function. Because of the weight transfer functions, the necessary phase and amplitude components, both at the input and at the output signals, obtained from the system. Provided analysis and selection of weight functions for the synthesis of robust regulators in order to ensure quality at low frequencies and stability in the high-frequency region. The H_∞ synthesis procedure is that, in succession solving two Riccati equations for the regulator and the observer, and the smallest value $\gamma = 0.64$ was obtained at 11 iterations. Developed process control system for contact membrane distillation in the conditions of parametric uncertainty with the H_∞ regulator, which provides robust stability of 0.98, but does not provide the necessary robust quality of 1.08. Therefore, was synthesized a control system with a μ regulator, which provided the specified dynamic characteristics of the system with a low sensitivity to changes in the functional parameters of the membrane. Was used the procedure of D-K iterations, allowed us to minimize the structured singular number μ using step-by-step application of the H_∞ synthesis procedure to find the optimal regulator $K(s)$. The generalized model of the CMD process, which is used in μ -synthesis, includes weight transfer functions and matrices of scaled transfer functions, which leads to increasing in the dimension of the system model and the dimension of the $K(s)$ regulator. This raises the issue, of reducing the dimension of the regulator. This problem is solved by the method of optimal approximation using the Hankel norm. The dimension of the obtained regulator is the 9th order, and the reduced - 4th. In 4 iterations, was synthesized a μ regulator of the order of 9 with a finite value of $\gamma = 0.62$, the robust stability of the control system is 0.91, and the robust quality is 0.90. The final step is to reduce the order of the regulator. The accuracy at the Hankel norm is 10^{-9} , while the error between the nominal and reduced regulator is zero.

For functional testing of the software module, research was carried out in conditions close to the real ones at the laboratory setup in the laboratory of membrane processes at the National University of "Kyiv-Mohyla Academy". Has

been checked adequacy of the mathematical model of the CMD process intended for management purposes. The sum squares of residual transient characteristic of the simplified mathematical model of the CMD process with respect to the experimental data, by the distillation channel- «temperature of the solution at the entrance to the membrane module - temperature of the solution at the output of the membrane module» is around 0.016, and the model with distributed parameters - is about 0.011.

There are developed variants of automatic control systems of the CMD process, the main difference of which, is in the method of measuring the temperature difference, which influence on capacity of the membrane. There is developed process control system on robusts regulator basis, which provides control of the process under conditions of uncertainty, and allows, if necessary, to stop the installation of membrane cleaning or replacing.

Developed software module "Modelling and optimal control of the process of contact membrane distillation" was implemented at PJSC "ROSICH" in the system of automatic control of the lighted apple juice concentration. The educational process of the Department of Automation of Chemical Productions at the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" implemented mathematical models of the contact membrane distillation process, the optimal and robust control system of the contact membrane distillation process.

Key words: contact membrane distillation, mathematical modeling, robust control, system control.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. **Дубік Р.М.** Математична модель розділення неоднорідних рідких систем / **Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва** // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. –2009. – №1(23). – с. 49 – 54.

Особистий внесок здобувача: створення моделі динаміки процесу контактної мембранної дистиляції на основі рівнянь теплових і матеріальних балансів.

2. Ладієва Л.Р. Оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. –2009. – №2(24). – с. 152 – 156.

Особистий внесок здобувача: дослідження задач керування процесу контактної мембранної дистиляції, а саме застосування лінійного оптимального регулятора, розміщення полюсів за допомогою зворотного зв'язку за станом, методу досягнення цілі Гембіки.

3. Ладієва Л.Р. Математичне моделювання процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження №2(6) – 2010 с. 119 – 122.

Особистий внесок здобувача: проведена лінеаризація математичної моделі динаміки процесу контактної мембранної дистиляції, досліджено вплив нелінійності, проведена перевірка адекватності математичних моделей експериментальним даним.

4. Ладієва Л.Р. Математична модель теплообміну в процесі контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Науковий журнал «Енергетика: економіка, технології, екологія». – 2011. – №1(28). – с. 10 – 16.

Особистий внесок здобувача: вперше запропонована математична модель процесу контактної мембранної дистиляції, яка базується на рівняннях нерозривності Нав'є-Стокса, енергії і маси; проведено імітаційне

моделювання в результаті якого отримано просторовий розподіл швидкостей і температур в каналах мембранного модуля і порах мембрани.

5. **Дубік Р.М.** Моделювання процесу контактної мембранної дистиляції за умов невизначеності / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2011. – №1(7). – с. 110 – 113.

Особистий внесок здобувача: вперше запропонований математичний опис невизначеностей, які виникають з часом експлуатації мембрани.

6. Ладієва Л.Р. Робастна система керування процесом контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2011. № 2 (8). – с. 128 – 133.

Особистий внесок здобувача: розглянута система керування процесу контактної мембранної дистиляції з H_∞ регулятором.

7. Ладієва Л.Р. Проектування системи керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою технології μ – синтезу / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження – 2012. № 1 (9) – с. 106 – 110.

Особистий внесок здобувача: розглянута система керування процесу контактної мембранної дистиляції з використанням μ синтезу, як покращення системи керування з H_∞ регулятором.

8. Lesya Ladieva. Mathematical simulation and process control of contact membrane distillation under uncertainty / Lesya Ladieva, **Roman Dubik** // The advanced science journal. 312 – chemical engineering. 2013 pp. 11 – 14.

Особистий внесок здобувача: розглянута можливість керування процесу контактної мембранної дистиляції за нелінійною моделлю.

9. Ладієва Л.Р. Керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою H_{∞} - регулятора. Проектування системи / Л.Р. Ладієва, А.Ф. Бурбан, **Р.М. Дубік** // Хімічна промисловість України – 2014. № 1 (120) – с. 7 – 10.

Особистий внесок здобувача: спроектована система на базі H_{∞} - регулятора, виконано підбір вагових функцій.

10. Ладієва Л.Р. Математичне моделювання розподілу температур у мембранному модулі в процесі мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, В.О. Оніщенко, **Р.М. Дубік** // Науковий журнал «Наукоємні технології» – 2015 № 1 (25) – с. 5 – 8.

Особистий внесок здобувача: досліджено спрощену математичну модель процесу контактної мембранної дистиляції, яка враховує зміну температур розчину і дистиляту вздовж каналів мембрани і по висоті мембранного модуля, а також описує зміну температури потоку пари в порах мембрани.

11. Ladieva L. Mathematical model of membrane distillation process / L. Ladieva, S. Dovbnya, **R. Dubik** // Наукоємні технології – 2017, № 2 (34) – с. 178 – 183.

Особистий внесок здобувача: розглянуто математичну модель процесу контактної мембранної дистиляції з урахуванням впливу гідродинамічного потоку розчину і дистиляту, розмірів і характеристик температурних умов мембрани за питомого масового потоку пари крізь мембрану, термічній поляризації на продуктивність процесу, нелінійної дифузії парів через мембрану.

12. Патент на корисну модель 69081. Спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва; заявл. 03.08.2011; опубл. 25.04.2012, Бюл. № 8, 2012 р.

Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції шляхом регулювання подачі теплоносія у нагрівач в залежності від поточного значення перепаду

температур на виході з мембранного модуля з корекцією по перепаду температур на вході в мембранний модуль.

13. Патент на корисну модель 68019. Спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва; заявл. 28.08.2011; опубл. 12.03.2012, Бюл. № 5, 2012 р.

Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції шляхом регулювання подачі теплоносія у нагрівач, в залежності від поточного значення перепаду температур розчину та дистиляту на виході з мембранного модуля з корекцією по перепаду температур в середній точці каналу.

14. Патент на корисну модель 122634. Спосіб автоматичного керування процесом мембранної дистиляції / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва, Т.В. Ставитька; заявл. 17.05.2017; опубл. 25.01.2018, Бюл. № 2, 2018 р.

Особистий внесок здобувача: запропоновано спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції шляхом регулювання подачі теплоносія у нагрівач, в залежності від поточного значення коефіцієнта пропускної здатності мембрани.

Тези доповідей у збірках матеріалів конференцій:

15. Ладієва Л.Р. Математична модель термомембранного розділення / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // 16 міжнародна конференція з автоматичного управління. Автоматика – 2009. Тези доповідей. Ченівці, 2009. С. 73 – 75.

Особистий внесок здобувача: розробка нелінійної моделі динаміки процесу контактної мембранної дистиляції.

16. Ладиева Л.Р. Математическая модель процесса разделения неоднородных жидких систем / Л.Р. Ладиева, **Р.Н. Дубик**, А.Н. Прокофьев // XXII международная научная конференция. Математические методы в технике и технологиях ММТТ – 22. Сборник трудов. Том 4. Псков. Издательство ППИ, 2009. С. – 16 – 17.

Особистий внесок здобувача: отримання лінеаризованої моделі динаміки процесу контактної мембранної дистиляції для цілей керування.

17. Ладієва Л.Р. Моделювання переносу в процесі мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Міжнародна науково-технічна конференція. Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем управління організаційно-технічними комплексами. 26 – 27 вересня 2009, Київ. С. – 80 – 81.

Особистий внесок здобувача: розглянута задача переносу пари в перебігу процесу контактної мембранної дистиляції.

18. **Дубік Р.М.** До питання оптимального керування процесом контактної мембранної дистиляції. 17 міжнародна конференція з автоматичного управління. Автоматика – 2010 / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва // Тези доповідей. Харків, 2010. С. – 210 – 212.

Особистий внесок здобувача: розглянута можливість оптимального керування процесу контактної мембранної дистиляції.

19. Ладієва Л.Р. Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // XXI Український науковий семінар «Мембранні і сорбційні процеси та технології». Тези доповідей. – Київ: НаУКМА, 10 – 11 березня 2011. С – 28.

Особистий внесок здобувача: запропонована математична модель процесу контактної мембранної дистиляції з розподіленими параметрами.

20. **Дубік Р.М.** Керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва // Автоматика/Automatics – 2011, 28 – 30 вересня 2011, Львів, Україна С. – 116 – 117.

Особистий внесок здобувача: запропоновано підхід до вирішення задачі керування процесу контактної мембранної дистиляції за допомогою H_∞ - регулятора.

21. **Дубик Р.Н.** Система управления процессом контактной мембранной дистилляции в условиях неопределенности / **Р.Н. Дубик**, Л.Р. Ладиева // XXV международная научная конференция. «Математические

методы в технике и технологиях» ММТТ-25. Том 1. 24 - 26 апреля, Саратов 2012. С. – 119 – 122.

Особистий внесок здобувача: розглянуті варіанти керування процесу контактної мембранної дистиляції, а саме H_{∞} -регулятор, μ -регулятор та регулятор для нелінійної моделі.

22. Ладієва Л.Р. Нелінійна система керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Автоматика/Automatics – 2012, 26 – 28 вересня 2012, Київ, Україна С. – 113 – 114.

Особистий внесок здобувача: запропоновано вирішення задачі керування процесу контактної мембранної дистиляції за нелінійною моделлю.

23. **Дубик Р.Н.** Система автоматизации процесса контактной мембранной дистиляции в условиях неопределенности / Р.М. Дубик, Л.Р. Ладиева // XXVI международная конференция «Математические методы в технике и технологиях» ММТТ-26. Том 1. Секция 1. 27 – 30 мая, Нижний Новгород 2013. С. – 62 – 64.

Особистий внесок здобувача: запропоновано гібридну систему керування процесу контактної мембранної дистиляції з μ -регулятором.

24. Ладієва Л.Р. Керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності за допомогою M – регулятора / Л.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік** // Materialy IX mezinarodni vedecko-prakticka conference. VEDA A TECHNOLOGIE: KROK DO BUDOUCNOSTI – 2013, 27 unora 05 brezen 2013 roku. Dil 28 Technicke vedy. Praha Publishing House “Education and Science” s.r.o. 2013, pp. 75 – 79.

Особистий внесок здобувача: досліджено систему керування процесом контактної мембранної дистиляції з μ -регулятором.

25. **Дубік Р.М.** Керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою H_{∞} - регулятора / **Р.М. Дубік**, Л.Р. Ладієва // Materialy IX miedzynarodowej naukow-praktycznej konferencji. “NAUKOWA

MYSL INFORMACYJNEJ POWIEKI - 2013” 07 – 15 marca 2013 roku. Volume 24 Techniczne nauki. Przemysl Nauka i Studia 2013. pp. 92 – 95.

Особистий внесок здобувача: досліджено систему керування процесом контактної мембранної дистиляції з H_{∞} -регулятором.

26. Ладієва Л.Р. Математична модель процесу мембранної дистиляції, що враховує температурну поляризацію / Р.Р. Ладієва, **Р.М. Дубік**, В.О. Оніщенко // Автоматика / Automatics – 2014, 23 – 27 вересня 2014, Київ. С – 282 – 283.

Особистий внесок здобувача: запропоновано критерій оптимальності для визначення початкового розподілу коефіцієнту поверхневої поруватості мембрани, який забезпечує необхідну рушійну силу процесу контактної мембранної дистиляції.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	21
РОЗДІЛ 1. ПРОЦЕС КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ ЯК ОБ’ЄКТ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ.....	27
1.1 Установки для дослідження процесу контактної мембранної дистиляції	29
1.2 Мембрани для процесу мембранної дистиляції.....	34
1.3 Математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції	36
1.4 Постановка задачі дослідження.....	49
1.5 Висновки до розділу 1	50
РОЗДІЛ 2. РОЗРОБКА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ	51
2.1 Математична модель теплообміну в процесі контактної мембранної дистиляції.....	52
2.2 Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції як об’єкту з зосередженими параметрами.....	64
2.3 Моделювання системи «нагрівач – мембранний модуль» процесу контактної мембранної дистиляції в умовах параметричної невизначеності	77
2.4 Висновки до розділу 2	90
РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА І ДОСЛІДЖЕННЯ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ....	91
3.1 Система керування процесу контактної мембранної дистиляції.....	92
3.2 Синтез H_{∞} регулятора та вибір вагових функцій.....	102
3.3 Синтез μ регулятора для керування процесу контактної мембранної дистиляції.....	108
3.4 Висновки до розділу 3	116
РОЗДІЛ 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ І РЕЗУЛЬТАТИ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ І АЛГОРИТМІВ ОПТИМАЛЬНОГО РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ	117

4.1 Дослідження процесу контактної мембранної дистиляції.....	118
4.2 Опис схеми лабораторної установки КМД-10.....	118
4.3 Методика проведення експерименту	119
4.4 Обробка експериментальних даних	121
4.5 Автоматична система керування процесу контактної мембранної дистиляції.....	135
4.6 Система керування процесу контактної мембранної дистиляції.....	137
4.7 Технічна реалізація системи робастного керування процесу контактної мембранної дистиляції.....	140
4.8 Висновки до розділу 4	143
ВИСНОВКИ	144
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	146
ДОДАТКИ.....	157
Додаток А. Акти впровадження роботи.....	157
Додаток Б. Програма розрахунку H_{∞} регулятора.....	159
Додаток В. Програма розрахунку μ регулятора.....	160
Додаток Г. Програма розрахунку оптимального керування	161
Додаток Д. Результати експериментальних досліджень процесу КМД.....	181

ВСТУП

Актуальність роботи. Дефіцит свіжої води став великою проблемою нашого часу. Зростання населення, поліпшення рівня життя, розвиток сектора сільського господарства і індустріалізація зіграли важливу роль в забезпеченні ще гірших проблем. За даними ООН, що понад мільярд людей на землі не мають доступу до чистої прісної води. З іншого боку, традиційні джерела енергії та резервуари прісної води швидко стають дефіцитними. Отже, виникла сильна потреба в розробці менш енерго-інтенсивних і екологічно безпечних методах очищення води. Одним з джерел поповнення питних ресурсів може бути опріснення мінералізованих вод. В даний час, на зворотній осмос припадає 60% опріснювальних споруд по всьому світу. Альтернативою зворотному осмосу є контактна мембранна дистиляція (КМД). Цей процес може керуватися за допомогою відпрацьованого тепла, в тому числі сонячної енергії, геотермальної енергії і енергії оцінки відходів, що пов'язано з низькою температурою промислових потоків. Мембрана, що використовується в процесі мембранної дистиляції, забезпечує проходження тільки пари води і таким чином, продукт, отриманий теоретично 100% чистий від твердих або нелетких забруднюючих речовин. Для процесу характерні внутрішні збурення, зокрема завдяки концентраційній поляризації. Під час переносу через пори мембрани розчинника, концентрація розчиненої речовини біля її поверхні зростає, що призводить до ряду небажаних наслідків. З часом експлуатації керування процесом КМД ускладнюється через зміну характеристик мембрани, таких як коефіцієнт пористості та термічний опір.

Для забезпечення тривалої роботи системи доцільно побудувати робастну систему керування процесом, яка забезпечить якість керування в разі суттєвих невизначеностей та неконтрольованих внутрішніх збурень і одночасне врахування зміни проникності мембрани для переходу з режиму нормальної експлуатації на режим очистки мембрани.

Незважаючи на достатньо велику кількість рішень в області адаптивного і робастного керування небагато літератури присвячене структурно невизначеним об'єктам, не зважаючи на те, що такі моделі зустрічаються достатньо часто. Особливо при рішеннях у випадку виникнення відмов у процесі функціонування.

Недостатній рівень розробки питань створення математичних моделей, алгоритмів керування процесу КМД з урахуванням невизначеностей, системи автоматичного керування, обумовив те, що їх розробка є актуальною науково-технічною задачею, розв'язку якої і присвячена робота.

Зв'язок роботи з науковими програмами, темами, планами. Робота виконана в межах тематики, яка відповідає напрямку наукових досліджень кафедри автоматизації хімічних виробництв Національного технічного університету України „Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”. Робота безпосередньо пов'язана з ініціативними НДР:

- «Створення комп'ютерно-інтегрованих систем керування технологічних процесів та виробництв переробних галузей України для забезпечення ресурсо- та енергозберігаючих режимів їх функціонування», № ДР 0116U001765.
- «Створення комп'ютерно-інтегрованих систем автоматичного контролю та керування, що забезпечують ресурсо- та енергозберігаючі режими функціонування технологічних процесів та виробництв», № ДР 0110U006890.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є підвищення рівня ефективності процесу КМД шляхом вдосконалення керування установкою при невизначеності функціональних властивостей мембрани.

Досягнення поставленої мети передбачає вирішення наступних задач:

- розробка математичної моделі процесу КМД з урахуванням змін просторових швидкостей і температур за каналами мембранного модуля і в порах мембрани;

- розробка математичної моделі динаміки процесу КМД для цілей робастного керування, яка враховує невизначеності процесу;
- експериментальні дослідження процесу КМД для перевірки адекватності моделей;
- синтез робастного регулятора для підтримання необхідного перепаду температур між розчином і дистилятом на виході мембранного модуля і забезпечення в заданих межах стійкості системи;
- розробка системи робастного керування процесу КМД;
- розробка системи керування процесу КМД для переходу об'єкту з режиму експлуатації на режим очистки мембрани;
- створення програмно-алгоритмічних засобів системи робастного керування процесу КМД.

Об'єкт дослідження. Технологічний процес знесолення природних вод методом контактної мембранної дистиляції.

Предмет дослідження. Система керування процесу контактної мембранної дистиляції на основі алгоритму робастного керування.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених задач у роботі використовувались методи математичного моделювання, методи математичного моделювання в умовах невизначеностей, числові методи розв'язання диференціальних рівнянь, методи ідентифікації параметрів, методи теорії оптимального і робастного керування.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

- запропонована математична модель тепломасообміну процесу КМД, яка враховує просторові розподіли температури і швидкості в каналах мембранного модуля і в порах мембрани;
- розроблена математична модель процесу концентрування розчину на установці КМД, призначена для робастного керування процесом, яка відрізняється урахуванням невизначеності параметрів процесу КМД;

- синтезовано робастний регулятор для процесу контактної мембранної дистиляції, що підтримує необхідний перепад температур між розчином і дистилятом;
- розроблена система автоматичного керування процесом на основі робастного регулятора, що забезпечує керування процесом в умовах невизначеності і дозволяє при необхідності зупиняти установку на очищення чи заміну мембрани.

Практичне значення одержаних результатів полягає в підвищенні ефективності керування установкою контактної мембранної дистиляції, підвищенні рівня енергозбереження процесу при невизначеності функціональних властивостей мембрани. Створена математична модель тепломасообміну процесу КМД, яка враховує просторові розподіли температури і швидкості в каналах мембранного модуля, а також математична модель процесу концентрування розчину на установці КМД, яка відрізняється урахуванням невизначеності параметрів процесу. Розроблений алгоритм робастного керування зі зворотним зв'язком для системи автоматичного керування установкою КМД, що забезпечує керування процесом в умовах невизначеності і дозволяє при необхідності зупиняти на очистку чи заміну мембрани. Розроблений програмний модуль «Моделювання та оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції» впроваджений на ПрАТ «РОСИЧ» у складі системи автоматичного керування концентрування освітлених яблучних соків. У навчальний процес кафедри автоматизації хімічних виробництв Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» впроваджені математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції, системи оптимального і робастного керування процесу контактної мембранної дистиляції.

Особистий внесок здобувача. Автором обґрунтовано наукові положення, теоретичні і практичні задачі дослідження, отримані результати. У публікаціях в співавторстві особистий внесок автора полягає в наступному:

розробці нелінійної математичної моделі процесу КМД, отримання перехідних процесів за відповідними каналами; проведенні порівняльного аналізу регуляторів, таких як, оптимальний лінійний, за бажаним розміщенням полюсів, за допомогою методу досягнення цілі; проведенню динамічного та статичного моделювання процесу КМД, перевірена відповідність математичної моделі експериментальним даним; розробці математичної моделі процесу КМД з розподіленими параметрами, отримання розподілу швидкостей і температур в каналах ММ і самій мембрані; аналізу впливу невизначеностей на процес КМД в часовій і частотній областях; розробці системи керування процесу КМД в умовах параметричної невизначеності з H_∞ регулятором, аналіз отриманої системи керування в часовій і частотній області; розробці системи керування процесу КМД в умовах параметричної невизначеності з μ регулятором, аналіз отриманої системи керування в часовій і частотній області та порівняння отриманих результатів з H_∞ регулятором; розробка підходів до нелінійного моделювання і керування процесу КМД; запропоновано вирішення задачі робастного керування процесу КМД за допомогою H_∞ регулятора, розглянуто синтез системи та практичний підхід до вибору вагових функцій; розроблено спрощену математичну модель процесу КМД яка враховує зміну температур розчину і дистилату вздовж каналів мембрани і по висоті мембранного модуля, а також описує зміну температури потоку пари в порах мембрани; розглянуто математичну модель КМД з урахуванням впливу потоків розчину і дистилату, розмірів і характеристик температурних умов мембрани за питомого масового потоку пари крізь мембрану, термічної поляризації на продуктивність процесу, нелінійної дифузії парів через мембрану.

Апробація результатів дисертації. Основні наукові і практичні результати дисертаційної роботи доповідались, обговорювались та були схвалені на: XVI міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2009», м. Чернівці, вересень 2009 року; XVI міжнародній конференції «Математические методы в технике и технологиях ММТТ-22»,

м. Псков, червень 2009 року; міжнародній науково-технічній конференції «Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем управління організаційно-технічними комплексами», м. Київ вересень 2009 року; XVII міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2010», м. Харків, вересень 2010 року; XXI Український науковий семінар «Мембранні і сорбційні процеси та технології», м. Київ березень 2011 року; XVIII міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2011», м. Львів, вересень 2011 року; XXV міжнародній науково-практичній конференції «Математические методы в технике и технологиях ММТТ-25», м. Саратів квітня 2012 року; XIX міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2012», м. Київ, вересень 2012 року; IX науково-практичній конференції VEDA A TECHNOLOGIE: KROK DO BUDOUCNOSTI, м. Прага березень 2013 року; IX науково-практичній конференції «NAUKOWA MYSL INFORMACYJNEJ POWIEKI - 2013» м. Пшемишль квітень 2013 року; XXVI міжнародній конференції «Математические методы в технике и технологиях ММТТ-26», м. Нижний Новгород травень 2013 року; XX міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика-2013», м. Миколаїв, вересень 2013 року; XXI міжнародній конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2014», м. Київ, вересень 2014 року.

Публікації. Основні результати роботи опубліковано 26 наукових праць, у тому числі, 11 статей у наукових фахових виданнях (з них 1 стаття у виданнях іноземних держав, 3 у виданнях України, що включені до міжнародних наукометричних баз), 3 патенти на корисну модель, 12 тез доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел літератури і додатків. Обсяг дисертації 181 аркушів, містить 48 рисунків, 6 таблиць, список використаних джерел літератури складається із 89 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ПРОЦЕС КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ ЯК ОБ'ЄКТ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Процес мембранної дистиляції є перспективним в прикладному відношенні методом мембранного розділення, який може бути використаний для отримання чистої води з вод різної солоності (в тому числі з морської води), очищення стічних вод, концентрування термолабільних біологічно-активних речовин (вітамінів, ферментів та ін.), концентрування соків. Даний процес вивчений ще недостатньо повно, як в експериментальному, так і в теоретичному плані. Одним з найбільш важливих аспектів мембранної дистиляції це мати в розпорядженні мембрани з добре регульованими властивостями. В працях Е. Дріолі, М. Каєта, Ф. Лагана, Р. Курдіяна [1 – 5] приділяється увага структурним і фізико-хімічним параметрам мембран, конструкціям мембранних модулів. Велика увага приділяється дослідженням виробництва прісної води з солоної води [6].

Переваги мембранної перегонки для виробництва води полягає у наступному:

- дозволяє отримати високоякісний дистилят;
- вода може бути перегнана при відносно низьких температурах (від 30 до 100 °C) і низькому тиску (10^5 Па);
- може бути використана недорога теплота (сонячна, промислово відпрацьоване тепло);
- вода не потребує значної попередньої обробки, щоб запобігти забрудненню мембрани, як і при мембранних процесах на основі тиску.

Рушійною силою процесу мембранної дистиляції є різниця парціальних тисків пари розчинника (води) з обох боків гідрофобної мембрани. Ця різниця парціальних тисків створюється за рахунок різниці температур вихідного (початкового) розчину і дистиляту. Як правило, температура

розчину, що подається досягає 50,...,80 °С, а дистилляту – 20,...,25 °С. В даному процесі не потрібен надлишковий робочий тиск, як у випадку баромембранних процесів, при цьому очищення води відбувається при температурі нижчій за температуру кипіння з фазовим переходом води в пару, що вигідно за рахунок суттєвого зменшення енергетичних витрат.

Мембрана відіграє роль селективного бар'єра, що пропускає крізь себе тільки деякі компоненти розчину. Один розчин складається із розчинника (води) і розчиненого компонента (солі). Другий потік є потоком чистого розчинника. Звичайно вихідний розчин підігрівається, тому його температура вища ніж температура потоку розчинника. Завдяки різниці температур потоків виникає різниця парціальних тисків пари розчинника із обох боків мембрани, завдяки чому розчинник, випаровуючись з нагрітого потоку на відповідній поверхні мембрани, дифундує у порах і конденсується з боку холодного потоку. Відбувається випаровування розчинника з поверхонь менісків на вході в капіляри та його конденсація на виході з капілярів, тобто дифузія пари розчинника крізь пори зумовлена різницею парціальних тисків пари на протилежних боках мембрани. Пориста мембрана розділяє дві рідкі фази, що мають різну температуру. Рідкі фази втримуються біля пор капілярними силами. Газова фаза нерухома в порах мембрани. Сили поверхневого натягу утримують рідину в порах, і запобігають проникненню рідини в мембрану і, таким чином, контакту між двома рідинами. Як правило, розчини є водними, а їх поверхневий натяг вище критичного поверхневого натягу полімеру, що утворює мембрану.

Суттєва перевага розглянутого способу – можливість дистилювання при використанні утилізованого тепла для створення різниці температур потоків.

1.1 Установки для дослідження процесу контактної мембранної дистиляції

В даний час виконуються інтенсивні дослідження по виявленню можливостей використання процесу мембранної дистиляції (МД) для отримання води високого ступеня чистоти, для знесолення і концентрування розчинів [7 – 10]. Запропоновано декілька варіантів можливої реалізації цього методу [11 – 13], із них найбільш інтенсивно вивчається метод контактної мембранної дистиляції, в якому гідрофобна пориста мембрана розділяє два розчини, температури яких різні. При цьому більш нагрітий розчин складається із розчинника і нелеткої розчиненої речовини (наприклад води і солі), а більш холодний – із чистого розчинника (води). Завдяки гідрофобності мембрани тільки молекули розчинника (у вигляді пари) переносяться від нагрітої поверхні розчину через пори мембрани і конденсуються на більш холодній поверхні розчину. Суттєва перевага цього способу – можливість проведення процесу дистиляції при використанні недорогого тепла для створення різниці температур між вихідним розчином і дистилятом.

Для проведення процесу МД застосовують мембранні модулі, в яких використані всі існуючі конфігурації мембран: плоскі, порожнистоволокневі, трубчасті.

На відміну від баромембранних елементів в каналах мембранно-дистиляційних модулів (МДМ) створюються два вимушені потоки – потік концентрату і потік дистиляту (у випадку контактної мембранної дистиляції) чи газу (у випадку МД з продувкою газу). Крім того, для МД з газовим простором необхідний ще канал холодоагенту, відділеного від газового простору непроникною поверхнею конденсації.

Перші результати досліджень дистиляції водяних розчинів крізь гідрофобні перегородки належать М. Е. Фіндлі [14]. Нагрітий розчин випаровується з одного боку гідрофобної мікропористої перегородки, пари

дифундують крізь паровий простір і конденсуються на іншому боці, при цьому вода не може заповнити внутрішній простір мембрани у наслідок її гідрофобності. Вважають, що цей процес може знайти практичне використання для отримання надчистої води у медицині [15], питної води [16], знесоленої води [17], та води для живлення котлів електростанцій [18] з використанням бросового тепла, де експлуатаційні витрати за новою технологією значно нижчі чим при іонному обміні чи його комбінації з зворотнім осмосом. Ефективність проведення МД і інших мембранних процесів обумовлюється властивостями мембран і конструкцією модуля. Для практичного використання необхідні мембрани з високими швидкостями потоку, що зберігають гідрофобність впродовж достатньо тривалого часу, що залежить від природи і структури матеріалу мембрани та складу речовини.

Основним параметром при оптимізації конструкції ММ є рівень температурної поляризації. Для строгого кількісного розрахунку потоку пара у процесі КМД необхідно знати температури на поверхнях мембран, які можуть значно відрізнятися від відомих температур в об'ємах розчину і дистилляту. Цей ефект відомий у літературі як явище температурної поляризації (ТП). Значний вплив здійснюють на рівень температурної поляризації умови теплопередачі в рідких потоках, які визначаються гідродинамікою протікання рідин в каналах мембранного модуля, що залежить від конструктивних властивостей останнього [19, 20].

Мембранно-дистиляційні модулі спірального типу були запропоновані ще в 1982 р. [21].

Першими плоскорамними ММ вважають шведські касетні елементи [22, 23], які представляють собою пластмасові пластини з внутрішнім каналом для потоку підігрітої вихідної води, що контактує з двома мембранами. Робоча площа поверхні мембран складає $0,3 \text{ м}^2$. Мембрана в касеті вкладається на пористу основу, що забезпечує її захист від пошкоджень при монтажі модуля. Модуль збирається із касет по типу фільтр-пресу. При цьому утворюється канал конденсації (газовий простір з

поверхнею конденсації) і канал охолоджуючої води за рахунок використання додаткових пластин. Даний апарат був створений для проведення МД через газовий прошарок чи МД із зниженим тиском.

Дещо пізніше процес МД стали проводити на порожнистоволокневих елементах [24 – 27]. Для такого типу ММ характерний сприятливий для теплопередачі гідродинамічний режим всередині капілярів [28]. Проте достатньо складно забезпечити ефективний тепломасообмін із зовнішньої сторони капілярів при великій кількості пучків капілярів [20]. Важливо, щоб біля зовнішньої поверхні волокон не утворилися зони застою.

В роботі [20] описані досліди для різних типів упаковки капілярів порожнистоволокневих ММ: паралельні волокна, пучки із скручених волокон і пучки з переплетених волокон. Упаковка із паралельних волокон виготовляється із тканого матеріалу, в якому поперечні нитки слугують для фіксації порожнистих волокон в паралельному напрямку. Такі тканини скручуються в рулони і упаковуються в кожух. Найбільш висока продуктивність спостерігається для пучків зі скрученими і переплетеними волокнами. Пучки зі сплетеними і скрученими волокнами діють як турбулізатори потоку всередині корпусу порожнистоволокневого ММ. В цілому гідродинамічний режим, що реалізується в порожнистоволокневих ММ, забезпечує максимальну продуктивність уже при ламінарній течії рідин ($Re \approx 450$) [26].

Течія рідких середовищ в порожнистоволокневих ММ організовується за принципом протитечії. Відмінності між вхідною температурою і температурою на виході збільшуються зі збільшенням довжини волокон і зменшенням швидкості потоку [26]. Відмінності в умовах масопереносу для різних ділянок мембран характерні для ММ будь-якої конфігурації.

В роботі [29] для проведення МД випробувані патронні елементи на основі політетрафторетиленових мембран з площею $0,3 \text{ м}^2$ і $0,15 \text{ м}^2$.

Установки для проведення МД, як правило, є циркуляційними, що забезпечує підвищення степеню концентрування і більш раціональне

використання тепла за рахунок зменшення його витрати на підігрів розчину, що концентрується до робочих температур [30].

В залежності від умов теплопередачі і довжини мембранного каналу ММ температури потоків на входах і виходах значно відрізняються, аж до того, що вихідна температура дистилату може бути вище вхідної температури розчину, що концентрується. В цьому випадку можливе використання частини тепла дистилату на підігрів розчину, що концентрується (рис. 1.1-а). Проте, в установках з рекуперацією тепла різниця температур по обидві сторони мембрани, тобто питома продуктивність процесу невелика, тому в них використовуються мембрани з великою площею поверхні.

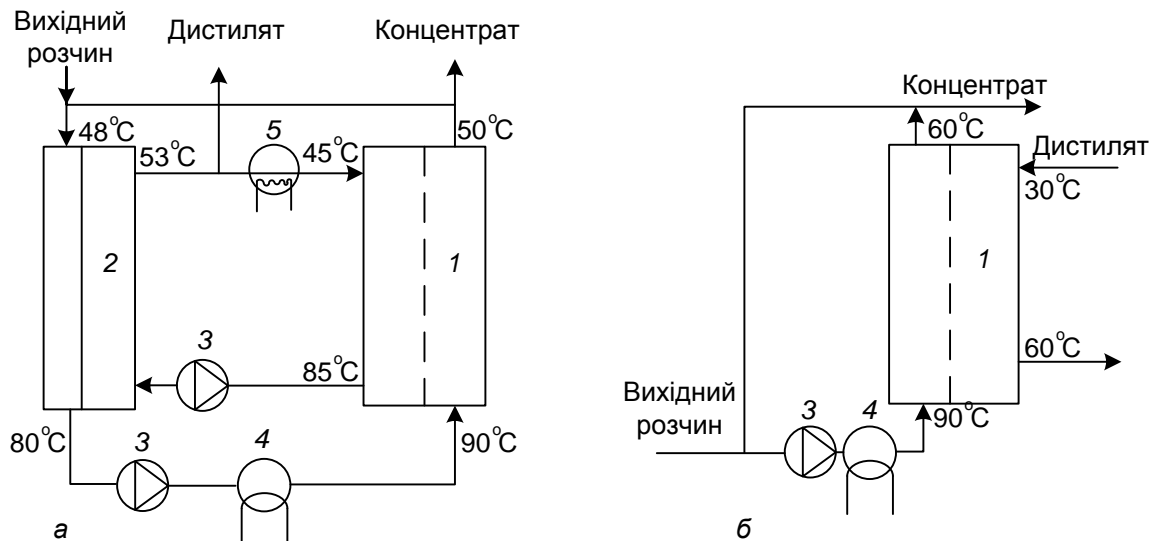


Рисунок 1.1 Принципова схема установок для проведення МД

а) з рекуперацією; б) без рекуперації тепла

1 – МДМ; 2 – теплообмінник; 3 – насос; 4 – нагрівач; 5 – холодильник

В ряді випадків завдання на рекуперацію тепла не ставиться, наприклад, якщо МД використовується для отримання води для котельних. В установках такого типу, що представлені нарис. 1.1-б прямують до досягнення великих різниць температур. Тому питома продуктивність, що досягається на установках без рекуперації, вища, що знижує капітальні витрати і витрати на мембрани.

З точки зору енергетичних витрат, процес МД характеризується показником ефективності енергії E , який визначається як відношення частини тепла, що витрачається на випаровування, до загального тепла, що вводить в установку [31, 32].

$$E = \frac{JS\Delta H_V}{Gc_p(T_{ex} - T_{вих})}, \quad (1.1)$$

де S – площа мембрани, м^2 ;

J – проникність, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$;

ΔH_V – прихована теплота пароутворення, $\text{Дж}/\text{кг}$;

G – швидкість потоку вихідного розчину, $\text{кг}/\text{с}$;

c_p – теплоємність розчину на виході, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$;

$T_{ex}, T_{вих}$ – температури на вході і виході в МДМ, К .

Внаслідок теплових втрат E завжди менше одиниці. Вартість води, очищеної методом МД, знижується з ростом температури вихідного розчину [24].

Невід'ємною частиною установок для проведення процесів МД є теплообмінне обладнання, що призначене для нагрівання вихідної води до робочої температури і її підтримання в процесі МД, а також для утилізації тепла дистилату. Проблеми теплообміну (поза ММ) і енергетичного забезпечення (джерела енергії) в роботах по МД практично не розглядаються. На практиці ці питання вирішуються традиційними інженерними шляхами [27].

В роботі [33] при обговоренні економічних показників МД відмічається порівняно низька ефективність при проведенні процесу на коштовних тетрафторетиленових мембранах. Ця проблема може бути вирішена за рахунок використання поліолефінових мембран чи мембран з хлорованих поліолефінів. Висновок про низьку ефективність тефлонових мембран представляється не безсуперечним, враховуючи можливу тривалу експлуатацію таких мембран при МД.

По оцінках авторів статті [24] витрати на експлуатацію установок МД середньої потужності ($18 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-1}$) сумірні з витратами на експлуатації аналогічних установок на основі зворотного осмосу. Для менш потужних установок витрати вищі в порівнянні зі зворотноосмотичними. Проте, перевагою МД є те, що процес МД вимагає менш ретельного попереднього очищення води.

1.2 Мембрани для процесу мембранної дистиляції

Одним з найбільш важливих аспектів МД це мати в розпорядженні мембрани з добре регульованими властивостями. До того ж, остаточне виконання процесу є прямим наслідком структурних і фізико-хімічних параметрів використовуваних мембран.

Продуктивність МД нерозривно залежить від структури мембрани в умовах товщини, пористості, середнього розміру пор, розподілу пор і геометрії. Таким чином, успішне використання процесу залежить від здатності мембрани для взаємодії двох середовищ без диспергування однієї фази в іншу, і об'єднати високу швидкість передачі об'ємної маси з високою стійкістю до вторгнення рідини в пори. Мембрани для застосування в мембранному модулі повинні бути пористими, гідрофобними, з гарною термічною стабільністю і відмінною хімічною стійкістю до розчинів. Зокрема, необхідні характеристики для мембран є наступні:

- 1) *Високий тиск рідини входу* – це мінімальний робочий тиск, за яким повинен бути поданий живильний розчин, перш ніж він долає гідрофобні сили мембрани і проникає в пори мембрани. Робочий тиск на вході в мембрану є характеристикою кожної мембрани і дозволяє запобігти змочування пори мембрани. Високий тиск може бути досягнутий за допомогою мембранного матеріалу з високою гідрофобністю і невеликого розміру пор;

2) *Висока проникність*. Потік "збільшення" зі збільшенням у мембрани розміру пор і пористості, а також зі зменшенням товщини мембрани і звивистості пор. Насправді, молярний потік через пори пов'язаний з середнім розміром пор мембрани та іншими характеристиками параметрів. Іншими словами, щоб отримати високу проникність поверхневого шару, регулюючи товщина мембрани повинна бути якомога тоншою і її пористість поверхні, а також розмір пор повинна бути настільки великими, наскільки це можливо. Проте, існує конфлікт між вимогами інтенсивного масообміну, пов'язаного з тонкими мембранами і низькою провідністю втрати тепла, що досягається використанням більш товстих мембран.

3) *Проблема наростання*. Засмічення є однією з основних проблем в області застосування пористих мембран. В промислових умовах, газові та рідинні потоки з великим вмістом зважених частинок можуть викликати закупорювання внаслідок невеликого діаметру полого волокна. В такому випадку необхідна попередня фільтрація.

4) *Висока хімічна стійкість*. Хімічна стабільність матеріалу мембрани істотно впливає на його довгострокову стабільність. Будь-яка реакція між розчинником і матеріалом мембрани може вплинути на матрицю мембрани і структуру поверхні. Рідина з високим вмістом кислоти викликає корозію, що робить мембранний матеріал менш стійким до хімічного впливу.

5) *Висока термічна стабільність*. При високих температурах матеріал мембрани не може протистояти деградації або розкладанню. Зміна в природі мембрани залежить від перехідної температури для аморфних полімерів або точки плавлення для кристалічних полімерів. Більшість цих температур, різко змінює властивості полімерів мембран.

У реальних умовах доцільно припускати, що поряд з гідрофобними порами в мембрані є певна кількість дефектних гідрофільних пор. При контакті з розчином гідрофільні пори через дії капілярних сил заповнюються розчином. Якщо тиски рідини з однієї і другої сторін підтримуються

однаковим, то механізмом переносу розчиненого компоненту буде дифузійний перенос через вказані гідрофільні пори.

1.3 Математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції

Мембранне розділення рідин і газів завдяки удосконаленню властивостей мембран [34 – 36] все більш широко використовуються в хімічній технології. В той же час математичний опис тепломасообміну процесів мембранної дистиляції підлягає детальному дослідженню.

По причині переважного переносу через пори мембрани розчинника, концентрація розчиненої речовини біля її поверхні зростає. Це явище називається концентраційною поляризацією. При цьому концентрація розчиненої речовини у прикордонному шарі біля поверхні мембрани підвищується до тих пір, поки дифузійний потік розчиненої речовини із прикордонного шару в розчин, що розділяється не урівноважиться потоком розчиненої речовини через мембрану з встановленням так званої динамічної рівноваги. Аналізу методу КМД присвячені роботи [37, 38], автори яких вважають, що лімітуючою стадією масопереносу через пори мембрани є молекулярна дифузія, що реалізується при малих значеннях числа Кнудсена

$$Kn = \frac{a}{2r}, \quad (1.2)$$

де a – довжина довільного пробігу молекули, м;

r – радіус пори, м.

Проте, в загальному випадку [12] масоперенос в пористій мембрані в процесі КМД може описується не тільки молекулярною, але і кнудсенівською дифузією. За його величиною можна судити про механізм переносу через мембрану. Згідно [9] при $Kn < 0,1$ перенос здійснюється за рахунок молекулярної дифузії (вільний пробіг молекул значно менший від

розміру пор), $Kn > 1$ – масоперенос здійснюється за рахунок кнудсенівської дифузії (вільний пробіг молекули більший від радіусу пор мембрани). При перехідному режимі ($0,1 \leq Kn \leq 1$) у величину коефіцієнту дифузії вносить внесок як молекулярна, так і кнудсенівська дифузія. У зв'язку з гальмівною дією твердого скелету мембрани значення коефіцієнту дифузії значно нижче значень для необмеженого об'єму рідини. Тому для кількісної оцінки кінетики дифузійного переносу використовують значення ефективних коефіцієнтів дифузії [9].

Розглядали основні особливості процесу перенесення молекул пари через пористу гідрофобну мембрану товщиною δ , обмежену з верхньої сторони розчином нелеткої солі при температурі T_1 , а знизу – чистим розчинником при температурі T_2 ($T_2 < T_1$). Представимо схему проведення КМД, запропоновану в [37] на рис. 1.2.

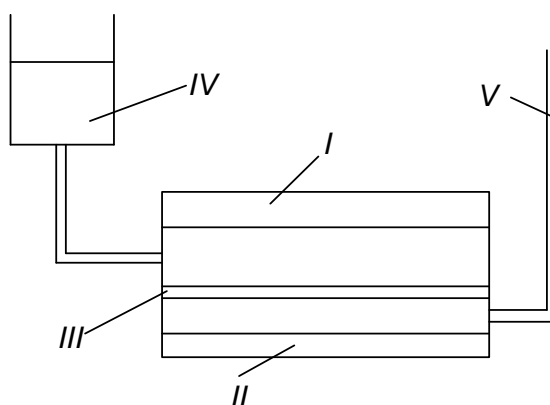


Рисунок 1.2 Схема мембранного модуля для проведення контактної мембранної дистиляції

I – нагрівач; II – холодильник; III – мембрана;
IV – соляний розчин; V – дистилат

Оскільки розчинність повітря в багатьох розчинниках дуже низька, то природно припустити, що потік повітря який встановився J_B через пористу мембрану дуже малий в порівнянні з потоком пари J_D через мембрану. Відзначимо, що зроблене припущення відповідає часто використовуваному наближенню $J_B = 0$ в задачах про випаровування через пористі матеріали і капіляри [39, 40]. У працях [38, 39] також нехтували в'язкою течією в порах

мембрани в порівнянні з дифузійними потоком. В [12] справедливість останнього припущення для ряду мембран з розмірами пор $r < 10^{-6}$ м обґрунтована експериментально. Також вважали [12], що повітря і пара підпорядковуються законам ідеального газу.

Для опису масопереносу пари в пористій мембрані використали модель «пилового газу» [41]. Представили мембрану як набір нерухомих випадковим чином розподілених у просторі частинок, в проміжках між якими (порах) здійснюється процес перенесення молекул пари. В рамках моделі [41, 42], враховуючи зроблені допущення, а також нехтуючи впливом термодифузії на перенесення, записали вираз для масових потоків J_B і J_{II} повітря і пари вздовж вісі z (одновимірний випадок) у вигляді

$$J_B = -\frac{D_{KB}M_B}{(\tilde{D}_{BII} + D_{BII}^*)RT} \left[\tilde{D}_{BII} p \frac{dx_B}{dz} + (D_{KII} + \tilde{D}_{BII}) x_B \frac{dp}{dz} \right], \quad (1.3)$$

$$J_{II} = -\frac{D_{KII}M_{II}}{(\tilde{D}_{BII} + D_{BII}^*)RT} \left[\tilde{D}_{BII} p \frac{dx_{II}}{dz} + (D_{KB} + \tilde{D}_{BII}) x_{II} \frac{dp}{dz} \right], \quad (1.4)$$

де підстановки

$$D_{BII}^* = x_B D_{KII} + x_{II} D_{KB}; \quad \tilde{D}_{BII} = \frac{\varepsilon}{q} D_{BII}; \quad D_{KB} = \frac{4}{3} K_{0B} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_B}},$$

де D_{KB}, D_{KII} – коефіцієнти кнудсенівської дифузії повітря і пари, $\text{м}^2/\text{с}$;

D_{BII} – коефіцієнт взаємної дифузії пари в повітрі, $\text{м}^2/\text{с}$;

K_{0B}, K_{0II} – кнудсенівські коефіцієнти проникності, м ;

M_B, M_{II} – молекулярна маса повітря і пари, кг/кмоль ;

x_B, x_{II} – мольні долі повітря і пари в повітряній суміші;

p – повний тиск пароповітряної суміші, Па ;

ε – коефіцієнт пористості;

q – коефіцієнт звивистості;

R – питома газова стала, Дж/(кмоль·К).

Найбільш важливою характеристикою пористих мембран, що дозволяє оцінювати ефективність конкретної мембрани в процесах неізотермічного масопереносу (зокрема, в мембранній дистиляції [7 – 13]), є коефіцієнт паропровідності, C_m .

Для визначення параметра C_m проведено аналіз процесу тепломасопереносу в мембранній комірці (рис. 1.2), в якій реалізується процес мембранної дистиляції (тобто селективне перенесення у вигляді пари розчинника через пори гідрофобної мембрани зі сторони теплої розчину і його конденсація на холодній поверхні пермеату [7]).

Розглядали випадок, коли розчин представляє собою дистильовану воду. В каналах 1 і 2 протікає відповідно розчин і пермеат, причому середня температура розчину більша середньої температури пермеату. Як було показано у [7 – 9], масоперенос пари через мікроскопічну мембрану в процесі МД описується виразом вигляду

$$J = C_m \left(\frac{dp_s}{dT} \right)_{T_m} \Delta T, \quad (1.5)$$

де C_m – коефіцієнт паропровідності, кг/(м²·с·Па);

p_s – тиск насиченої пари розчинника, Па;

$\Delta T = T_1 - T_2$ – перепад температур, К;

$T_m = (T_1 + T_2) / 2$ – середня температура мембрани, К;

T_1 і T_2 – температури на теплій і холодній поверхнях мембрани, К.

Більш ретельний аналіз показав, що питомий потік пари точніше описується виразом вигляду

$$J = C_m \xi(T_m) \left(\frac{dp_s}{dT} \right)_{T_m} \Delta T, \quad (1.6)$$

де $\zeta(T_m) = 1,42 / (333 / T_m)$ – кореляційний параметр [7– 9].

Локальне перенесення тепла через мембрану в процесі МД може бути записане у вигляді [7– 9]

$$h_1(T_H - T_1) = \lambda_m(T_1 - T_2) / \delta + JL, \quad (1.7)$$

$$h_2(T_2 - T_X) = \lambda_m(T_1 - T_2) / \delta + JL, \quad (1.8)$$

де h_i – коефіцієнт теплопередачі із об'єму розчину і до поверхні мембрани, Вт/(м²·К);

J – потік пари через мембрану, кг/(м²·с);

L – питома теплота пароутворення чистого розчинника, Дж/кг;

δ – товщина мембрани, м;

$\lambda_m = \varepsilon\lambda_0 + (1 - \varepsilon)\lambda$ – ефективна теплопровідність мембран, Вт/(м·К);

ε – коефіцієнт пористості мембрани;

λ_0 і λ – теплопровідності пароповітряної суміші і мембрани, Вт/(м·К).

В залежності від режиму протікання розчину і пермеату у відповідних каналах, як показано в [9 – 11], коефіцієнт теплопередачі при ламінарній течії розчину визначається із виразу

$$Nu_i = 1,62 \left(\frac{Re_i Pr_i d_i}{\Lambda} \right)^{1/3}, \quad (1.9)$$

де $Nu_i = \frac{h_i d_i}{\lambda_p}$ – число Нусельта;

$Pr_i = \frac{\mu_i C_p}{\lambda_i}$ – число Прандтля;

$Re_i = \frac{Q_i d_i}{dl_i \nu_i}$ – число Рейнольдса;

$$\nu_i = \frac{\mu_i}{\rho} - \text{кінематична вязкість, м}^2/\text{с};$$

$$d_i = \frac{2l_i d}{d + l_i} - \text{ефективний розмір } i\text{-го каналу, м};$$

μ_i – динамічна в'язкість розчину, Па·с;

l_i – довжина i -го каналу;

$i = \text{Р, Д}$ – канали розчину і дистилляту;

Λ – довжина мембранної комірки, м;

d – ширина каналу, м;

λ_P – теплопровідність розчину, Вт/(м·К);

S – площа мембрани, м².

Також розглядали основні особливості встановленого масопереносу пари через мікропористу гідрофобну мембрану товщиною δ (рис.1.3), що розділяє розчин з нелеткою сіллю. Очевидно, що при введенні розчинника і дистилляту в ММ повітря в порах мембрани виявляється заблокованим ними, причому оскільки розчинність повітря в багатьох розчинах дуже низька, то природно припустити, що встановлений потік повітря J_B через мікропористу мембрану малий в порівнянні з потоком пари через мембрану J_P , тому потоком повітря можна знехтувати (тобто $J_B = 0$). Це узгоджується з оцінками, отриманими у [19]. Крім того, при температурах нижче температури кипіння розчинника середній тиск парогазової суміші в капілярі приблизно дорівнює атмосферному тиску. Тому вважали, що і в порах мембрани виконується співвідношення:

$$\bar{p} = (p_1 + p_2)/2 = 10^5 \text{ Па.} \quad (1.10)$$

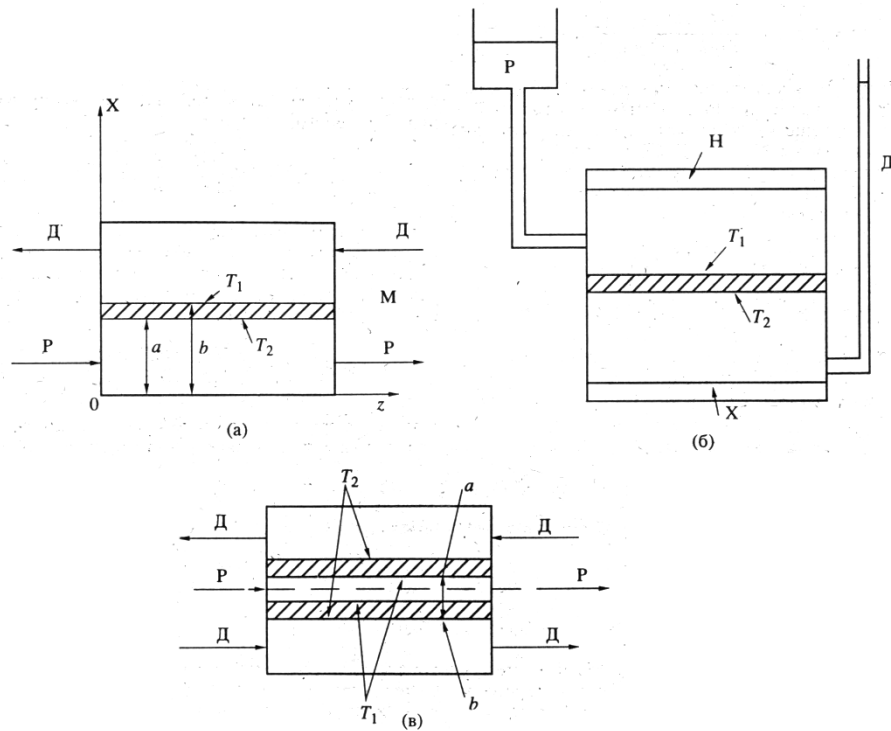


Рисунок 1.3 Схематичне зображення елемента для проведення КМД
проточна система (а, в); непроточна система (б); плоска мембрана (а, б);
волокниста мембрана (в)

Області: Р – розчин; Д – дистилат; Н – нагрівач;
Х – холодильник; М – мембрана

Також вирішили в подальшому нехтувати впливом термодифузії на масоперенос, так як його внесок звичайно менший дифузійного більш ніж на порядок [19]. При оцінках вважали, що повітря і пара підкорюються законам ідеального газу, а коефіцієнти тепломасопереносу не залежать від температури.

При розгляді тепло переносу в мембрані вважали, що на поверхнях мембрани температури встановилися і не залежать від позовжньої координати z . В цьому випадку перенесення тепла в мембрані обумовлено теплопровідністю мембрани і тепловою конвекцією пари і, як було показано в [43], описується рівнянням і граничними умовами вигляду:

$$\nabla^2 T_M - J_{\Pi} M_{\Pi} c_{\Pi} \frac{\delta}{\lambda_M} \nabla T_M = 0, \quad (1.11)$$

$$T_M(a) = T_1; T_M(b) = T_2. \quad (1.12)$$

Тоді із (1.12) нескладно знайти, що у випадку плоскої мембрани (тобто $n=0$)

$$T_M(y) = T_1 \left(1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1} \frac{x - a}{\delta} \right), \quad a \leq x \leq b, \quad (1.13)$$

а у випадку волокнистої мембрани (тобто $n=1$)

$$T_M(r) = T_1 \left(1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1 \ln \frac{b}{a}} \ln \frac{r}{a} \right), \quad a \leq r \leq b. \quad (1.14)$$

На основі законів збереження маси, енергії та з урахуванням прийнятих припущень розроблена математична модель динаміки процесу контактної мембранної дистиляції, яка описує тепломасообмін через мембрану та розподіл температур і швидкостей потоків у подовжньому і поперечному напрямках мембрани [44]. У роботі прийнято припущення, що мембрана є ідеальною, тобто в мембрані не пошкоджений селективний шар і відсутні змочувані пори.

Рівняння енергії, що описують процес переносу в каналах мембранного модуля за допомогою конвекції і одночасно теплопровідності у поперечному напрямку каналів, мають вигляд [44]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_P}{\partial t} + U_P \frac{\partial \theta_P}{\partial x} + V_P \frac{\partial \theta_P}{\partial y} &= a_P \frac{\partial^2 \theta_P}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial \theta_D}{\partial t} + U_D \frac{\partial \theta_D}{\partial x} + V_D \frac{\partial \theta_D}{\partial y} &= a_D \frac{\partial^2 \theta_D}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

де θ_P, θ_D – відповідно температура розчину і дистиляту, К;

U_P, V_P – швидкість розчину по довжині і висоті каналу мембрани, м/с;

U_D, V_D – швидкість дистилляту по довжині і висоті каналу мембрани, м/с;

a_P, a_D – коефіцієнти температуропровідності розчину і дистилляту, м²/с.

З урахуванням передачі тепла через мембрану граничні умови на поверхнях мембрани з боку розчину і дистилляту:

$$\begin{aligned} -\lambda_P \frac{\partial \theta_P}{\partial y} \Big|_{y=l_P} &= \alpha_P [\theta_P - \theta_1], \\ -\lambda_D \frac{\partial \theta_D}{\partial y} \Big|_{y=l_P+\delta} &= \alpha_D [\theta_2 - \theta_D], \end{aligned} \quad (1.16)$$

де θ_1, θ_2 – температури поверхні мембрани з боку розчину і дистилляту, К;

λ_P, λ_D – коефіцієнти теплопровідності розчину і дистилляту, Вт/(м·К);

α_P – коефіцієнт тепловіддачі від розчину до поверхні мембрани, Вт/(м²·К);

α_D – коефіцієнт тепловіддачі від поверхні мембрани до дистилляту, Вт/(м²·К);

l_P – висота каналу розчину, м;

δ – товщина мембрани, м.

Зовнішні стінки каналів розчину і дистилляту теплоізовані для непроникних адіабатичних меж [44]:

$$\frac{\partial \theta_P}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial \theta_D}{\partial y} \Big|_{y=l_P+\delta+l_D} = 0, \quad (1.17)$$

де l_D – висота каналу дистилляту, м.

Теплоперенос через мембрану відбувається за допомогою теплопровідності через полімерну структуру і потоком пари розчинника.

$$\begin{aligned}\alpha_P(\theta_P - \theta_1) &= -\bar{\lambda}_M \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial y} \right|_{y=l_P} + J_n r(\bar{\theta}), \\ -\bar{\lambda}_M \left. \frac{\partial \theta_M}{\partial y} \right|_{y=l_P+\delta} + J_n r(\bar{\theta}) &= \alpha_D(\theta_2 - \theta_D),\end{aligned}\quad (1.18)$$

де $\bar{\lambda}_M$ – ефективний коефіцієнт теплопровідності мембрани, Вт/(м·К);

θ_M – температура мембрани, К;

J_n – локальний масовий потік пари на одиниці поверхні, кг/(м²·с·Па);

r – прихована теплота пароутворення, Дж/кг;

$\bar{\theta}$ – середня температура мембрани, К.

Система рівнянь, що описують тепломасопереніс в каналах розчину і дистилляту доповнена рівняннями Нав'є-Стокса і нерозривності [44]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_i \frac{\partial^2 U_i}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial(\rho_i U_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i V_i)}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (1.19)$$

з граничними умовами

$$\left. \frac{\partial U_P}{\partial y} \right|_{y=l_P} = 0, \quad \left. \frac{\partial U_D}{\partial y} \right|_{y=l_P+\delta} = 0,$$

де ρ_i , ν_i – густина та кінематична в'язкість, кг/м³, сСт;

$i = P, D$ – канали розчину і дистилляту.

Але запропонована математична модель процесу КМД не враховує просторову зміну температури пари вздовж пор мембрани і її динаміку.

Для врахування пропускної здатності мембрани впродовж часу експлуатації розроблена математична модель для керування процесу КМД

[45], яка відображає зміну проникності мембрани в часі і вздовж подовжнього каналу мембрани

$$\begin{aligned} S\rho_P c_P \frac{\partial \theta_P(x,t)}{\partial t} + W_{Px} S\rho_P c_P \frac{\partial \theta_P(x,t)}{\partial x} + K_P(x,t)d(P_P - P_D)r(\bar{\theta}) &= 0, \\ S\rho_D c_D \frac{\partial \theta_D(x,t)}{\partial t} + W_{Dx} S\rho_D c_D \frac{\partial \theta_D(x,t)}{\partial x} - K_P(x,t)d(P_P - P_D)r(\bar{\theta}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

за початкових і граничних умов

$$\begin{aligned} \theta_P(x,t)|_{t=0} &= \theta_{P_0}(x), \quad \theta_P(x,t)|_{x=0} = \theta_P^0(t), \\ \theta_D(x,t)|_{t=0} &= \theta_{D_0}(x), \quad \theta_D(x,t)|_{x=0} = \theta_D^0(t), \end{aligned}$$

де W_{Px} – швидкість розчину у подовжньому напрямку каналу, м/с;

S – площа, м²;

d – ширина каналу, м;

ρ_D, c_P – густина і теплоємність розчину, кг/м³, Дж/(кг·К);

r – прихована теплота пароутворення, Дж/кг;

W_{Dx} – швидкість руху дистилляту у подовжньому напрямку, м/с;

ρ_D, c_D – відповідно густина і теплоємність дистилляту, кг/м³, Дж/(кг·К).

Досить складно використовувати дану математичну модель динаміки для керування процесом з часом експлуатації мембрани. Спрощена математична модель процесу КМД має такий невідомий параметр, як коефіцієнт проникності мембрани, визначити значення якого вздовж подовжнього каналу мембрани в часі представляє певні труднощі. Розроблена схема автоматичної системи керування процесом контактної мембранної дистиляції представлена на рис. 1.4 [46].

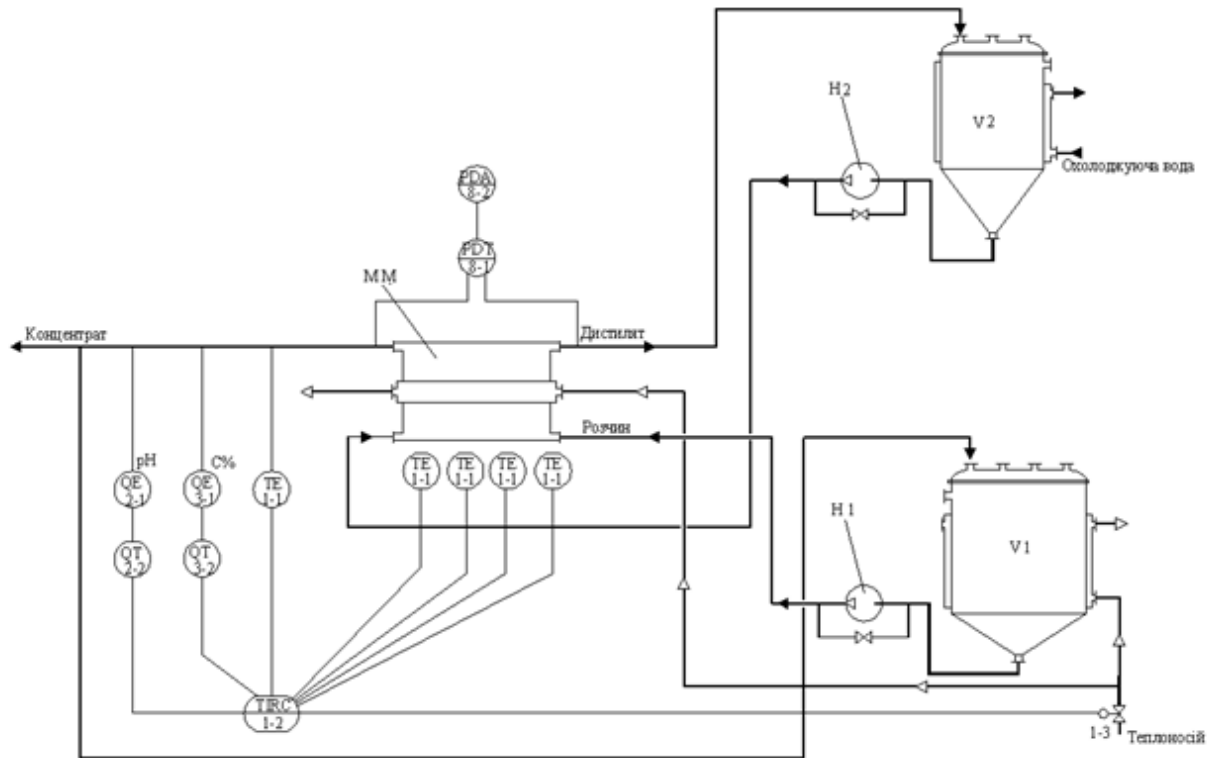


Рисунок 1.4 Схема автоматичної системи керування процесу КМД
 V1, V2 – ємності розчину і дистилату; Н1, Н2 – доцентрові насоси;
 М – мембранний модуль

На рис. 1.4 представлена схема системи керування процесу КМД, де підтримується розподіл температури розчину по довжині ММ за допомогою зміни витрат грючої пари.

Для технічної реалізації системи керування процесу розділення розчинів на установці контактної мембранної дистиляції застосовано оптимальну систему керування зі зворотнім зв'язком [47]. Для покращення якості системи і мінімізації енерговитрат розглянуто синтез оптимального лінійного регулятора. В якості критерію оптимальності вибрано квадратичний критерій виду:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \int_0^{l_x} q [\theta_p(x, t) - \theta_{p0}(x, t)]^2 dx dt + \frac{r}{2} \int_0^{t_k} G_{II}^2 dt \rightarrow \min, \quad (1.21)$$

де $\theta_p^{3\partial}(x,t)$ – заданий розподіл температури розчину в мембранному модулі, К;

G_{II} – витрати гріючої пари, кг/с;

q, r – вагові коефіцієнти.

В якості керуючого впливу вибрано витрати гріючої пари на підігрів розчину на вході в мембранний модуль. Оптимальне керування зі зворотнім зв'язком процесу КМД для системи з розподіленими параметрами створює значні труднощі для реалізації. Крім того підтримання заданого розподілу температури розчину в мембранному модулі не забезпечує підтримки заданої пропускної здатності мембрани. Виникла необхідність вибору вимірюваних параметрів процесу, які характеризують пропускну здатність мембрани і розробки ефективної системи керування процесу КМД.

1.4 Постановка задачі дослідження

В результаті аналізу стану питання загальна задача дисертаційної роботи сформулювала наступним чином: підвищення рівня ефективності процесу контактної мембранної дистиляції шляхом вдосконалення керування установкою при невизначеності функціональних властивостей мембрани.

У відповідності з загальною задачею роботи ставились наступні задачі дослідження:

- розробка математичної моделі процесу контактної мембранної дистиляції з урахуванням змін просторових швидкостей і температур за каналами мембранного модуля і в порах мембрани;
- розробка математичної моделі динаміки процесу контактної мембранної дистиляції для цілей керування, яка враховує невизначеності процесу;
- синтез робастного регулятора для підтримання необхідного перепаду температур між розчином і дистилятом на виході мембранного модуля і забезпечення в заданих межах стійкості системи;
- розробка системи керування процесу контактної мембранної дистиляції, яка б була ефективною при функціональних невизначеностях мембрани;
- створення програмно-алгоритмічних засобів системи керування процесу контактної мембранної дистиляції.

1.5 Висновки до розділу 1

1. У зв'язку з тим, що процес контактної мембранної дистиляції знаходить широке впровадження у різних галузях промисловості, виникла необхідність дослідження установок з мембранним модулем як об'єктів автоматичного керування.
2. Аналіз літературних джерел за тематикою дослідження свідчить, що процеси тепломасообміну в каналах мембранного модуля достатньо широко вивчені, але не враховують в мембранному модулі просторового розподілу температур та зміну динаміки в порах мембрани.
3. В публікаціях дослідженням динамічних режимів роботи установки процесу контактної мембранної не приділялось достатньо уваги. З часом експлуатації мембрани через гелеутворення, концентраційну поляризацію, утворення осаду на поверхні мембрани змінюються характеристики мембрани. Тому актуальним є отримання математичної моделі, яка була б ефективною в умовах невизначеності.
4. Існуючі системи автоматичного керування обмежувались в основному контролем і стабілізацією технологічних параметрів, при чому системи керування не забезпечували ефективного ведення процесу контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності параметрів.
5. Для забезпечення тривалої роботи системи доцільно побудувати робастну систему керування процесом, яка забезпечить якість керування у разі невизначеності функціональних властивостей мембрани та неконтрольованих внутрішніх збурень і перехід установки з режиму експлуатації на режим очищення мембрани.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБКА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

Розробка математичної моделі об'єкту керування є першочерговою задачею, що вирішується при розробці системи керування процесу КМД.

Багато досліджень спрямовано на опис тепломасопереносу в процесі мембранної дистиляції. Вченими М.Е. Фіндлі, Д.Р. Ллойд, Р.В. Шофілд, К.В. Лоусон, М. Гріта, М. Томашевська, М.Т. Брик, А.Ф. Бурбан [5, 14, 15, 48, 49] та іншими розглянуті різні математичні підходи до опису температурної і концентраційної поляризацій. Успіхів досягли вчені В.В. Угрозов, П.П. Золотарьов, С.Ф. Тімашев, О.А. Жулинський, які розробили математичні моделі процесу мембранної дистиляції [30, 50], що враховують вплив гідродинаміки течії розчину, розмірів і характеристик мембран, температурних режимів на питомий масовий потік пари через мембрану, температурної поляризації на продуктивність процесу, зміни проникності мембрани. В цих моделях механізм переносу тепла через мембрану з парою і через структуру мембрани описувався в граничних умовах для потоків розчину і дистиляту, разом з тим не враховувались зміни швидкості і температури пари в порах мембрани.

Передбачаються такі задачі використання математичного опису процесу КМД: пошук оптимальних технологічних режимів роботи при керуванні процесом та на стадії проектування, розробка алгоритмів керування – висуваються вимоги до адекватності моделі реальному об'єкту і складності отриманого рішення.

2.1 Математична модель теплообміну в процесі контактної мембранної дистиляції

Розглянуто процес розділення розчинів солі, де основним елементом є гідрофобна пориста полімерна мембрана, що представляє собою селективний бар'єр, через який проходять пари розчинника (води). Більш нагрітий розчин ($60, \dots, 80$ °C), який складається з розчинника і розчиненого нелеткого компоненту (солі) рухається з одного боку мембрани, з іншого рухається більш холодний ($15, \dots, 25$ °C) дистилят з чистого розчинника. Завдяки розрідженню, що створюється біля менісків пор мембрани з боку гарячого розчину випаровується пара, яка дифундує крізь шар повітря в порах і конденсується на поверхні менісків з боку холодного розчину [30, 51].

Розроблені математичні моделі процесу КМД, що враховують вплив гідродинаміки течії розчину та дистиляту, розмірів і характеристик мембран, температурних режимів на питомий масовий потік пари крізь мембрану [51], температурної поляризації на продуктивність процесу [44], змінення проникності мембрани [52].

Механізм переносу тепла через мембрану з парою і через структуру мембрани описувався в граничних умовах для потоків розчину і дистиляту і без врахування зміни швидкості і температури пари в порах мембрани [53].

В розглянутих математичних моделях процесу контактної мембранної дистиляції недостатньо уваги приділено урахуванню розподілу швидкостей і температур в порах мембрани. Виникла необхідність створення математичної моделі яка б враховувала більш повну картину зміни температур у ММ.

Розроблена математична модель теплообміну процесу КМД, яка враховує крім розподілу температури і швидкості в каналах мембранного модуля зміну температури і швидкості в порах мембрани з урахуванням опору пористої перегородки. Для мембранної дистиляції основною вимогою є гідрофобність мембрани, в тому числі й поверхні її пор. Гідрофобність мембрани забезпечує утримання поверхні поділу рідина - пара з поверхні

випаровування. Також для процесу характерний складний характер течії при дифузійному перенесенні парів у капілярно поруватому середовищі. Тому в математичній моделі процесу врахували опір пористої мембрани течії пари. Запропонована математична модель процесу КМД включає систему рівнянь: нерозривності, Нав'є – Стокса, енергії і маси.

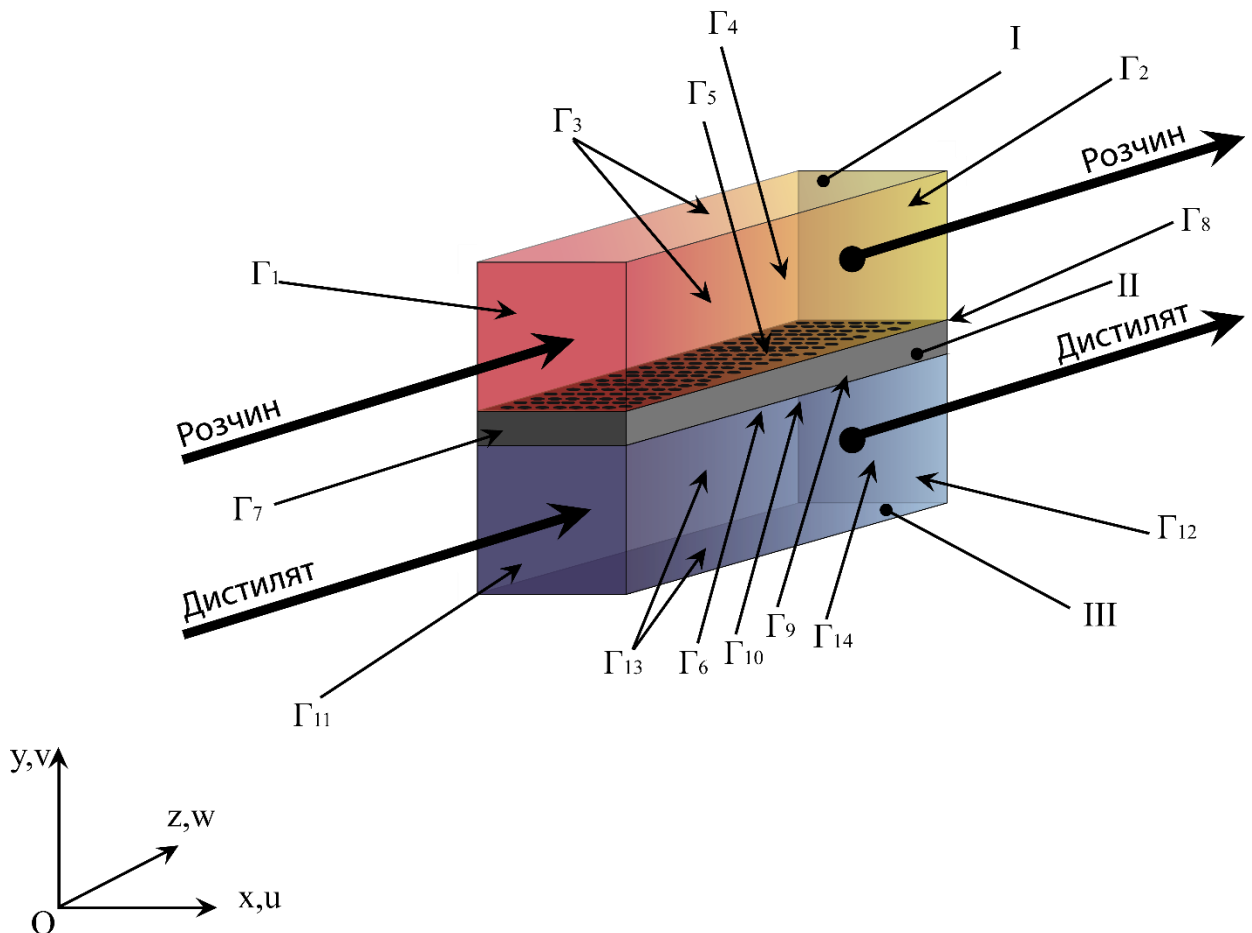


Рисунок 2.1 Схема мембранного модуля

I – канал водного розчину солі; II – мембрана; III – канал охолоджуючої води;
 u, v, w – проекції швидкості на вісі Ox, Oy, Oz ;
 $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{14}$ – граничні умови

Систему рівнянь математичної моделі процесу КМД, що представлена на рис. 2.1 можна записати у вигляді системи рівнянь для розчину і дистиляту та систему рівнянь для потоку пари в мембрані [53, 54].

Система рівнянь гідродинаміки і тепломасообміну для потоків рідини в каналах, що включає рівняння нерозривності, руху, концентрації (для розчину солі) і тепломасообміну:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{V} + [\beta_T(T - T_0) + \beta_c(c - c_0)] g_y; \\ \frac{\partial c}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) c = D_s \Delta c; \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi \Delta T + D_s (\nabla c \cdot \nabla T), \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\}$ – оператор Гамільтона;

$\Delta = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\}$ – оператор Лапласа;

ρ – густина, кг/м³;

τ – час, с;

$\mathbf{V} = (u, v, w)$ – вектор швидкості, м/с; (u, v, w – проекції швидкості на вісі Ox, Oy, Oz відповідно);

P – тиск, Па;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;

c – концентрація солі, кг/кг;

$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ – коефіцієнт об'ємного температурного розширення, К⁻¹;

$\beta_c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}$ – коефіцієнт об'ємного концентраційного розширення;

T_0 – температура навколишнього середовища, К;

c_0 – рівноважна концентрація, кг/кг;

g_y – прискорення вільного падіння, м/с²;

D_s – коефіцієнт дифузії, м²/с;

χ – коефіцієнт теплопровідності, м²/с.

Система рівнянь гідродинаміки і тепломасообміну для потоку пари в мембрані, що включає рівняння нерозривності, руху з урахуванням закону Дарсі і тепломасообміну.

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + K \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \gamma \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + K(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \gamma \frac{J_w \mathbf{V}}{\delta \rho} + \frac{\mu_e}{\rho} K \Delta \mathbf{V} + \beta_r (T - T_0) \gamma \mathbf{g}_y; \\ \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} + K(\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi_e K \Delta T, \end{cases} \quad (2.2)$$

де γ – коефіцієнт об'ємної пористості мембрани;

K – коефіцієнт поверхневої пористості мембрани;

J_w – потік пари через мембрану, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$;

$1/J_w$ – коефіцієнт опору потоку пари у пористому середовищі (мембрані), $(\text{м}^2 \cdot \text{с})/\text{кг}$;

μ_e – ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості пари, $\text{Па} \cdot \text{с}$;

χ_e – ефективний коефіцієнт температуропровідності пари, $\text{м}^2/\text{с}$.

Границі для завдання граничних умов.

Канал І:

Γ_1 – вхід;

Γ_2 – вихід;

Γ_3 – верх і бік каналу;

Γ_4 – площина симетрії.

Мембрана ІІ:

Γ_5 – контакт мембрани з розчином;

Γ_6 – контакт мембрани з охолоджуючою водою;

Γ_7, Γ_8 – торці мембрани;

Γ_9 – бік мембрани;

Γ_{10} – площина симетрії.

Канал ІІІ:

Γ_{11} – вхід;

Γ_{12} – вихід;

Γ_{13} – низ і бік каналу;

Γ_{14} – площа симетрії.

Для каналу з водним розчином солі (*NaCl*) розглядалися всі рівняння системи (2.1). При цьому всі властивості мають індекс І.

Для каналу з охолоджуючою водою (дистилятом) розглядаються три рівняння системи (2.1), крім рівняння концентрації. Всі властивості дистиляту мають індекс ІІІ. При чому $D_{\text{ІІІ}} = 0$, $\beta_{c\text{ІІІ}} = 0$.

Для мембрани розглядається система рівнянь (2.2), всі властивості мембрани мають індекс ІІ.

Початкові умови:

$$\begin{cases} T(X) = T_0; \\ \mathbf{V}(X) = 0; \\ c(X) = c_0, \end{cases} \quad (2.3)$$

де $X(x, y, z)$ – декартові координати, *м*.

Граничні умови (у відповідності з позначенням меж на рис. 2.1):
вхідний переріз каналу з розчином

$$\Gamma_1: \begin{cases} T = T_{\text{ex I}}; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = w_{\text{ex I}}; \\ c = c_{\text{ex}}; \end{cases} \quad (2.4)$$

вихідний переріз каналу з розчином (адіабатні умови і статичний тиск)

$$\Gamma_2: \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ P = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases} \quad (2.5)$$

верхня і бічна сторони каналу з розчином (адіабатні умови і умови прилипання (змочуваності))

$$\Gamma_3: \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases} \quad (2.6)$$

межа симетрії каналу з розчином

$$\Gamma_4: \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases} \quad (2.7)$$

спільна межа каналу з розчином і мембраною

$$\Gamma_5: \begin{cases} T_I = T_{II}; \\ \mathbf{n}(-\lambda_I \nabla T) - J_w r_w = \mathbf{n}(-\lambda_{eII} \nabla T); \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_I = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II}; \\ \mathbf{n}(-D_{sI} \nabla c) = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II}) c_w; \end{cases} \quad (2.8)$$

спільна межа мембрани і каналу з дистиллятом

$$\Gamma_6: \begin{cases} T_{II} = T_{III}; \\ \mathbf{n}(-\lambda_{eII} \nabla T) + J_w r = \mathbf{n}(-\lambda_{III} \nabla T)_w; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{III}; \end{cases} \quad (2.9)$$

торцеві і бічна сторона мембрани (адіабатні умови і умови прилипання)

$$\Gamma_7\text{-}\Gamma_9:\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \end{cases} \quad (2.10)$$

межа симетрії мембрани

$$\Gamma_{10}:\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0; \end{cases} \quad (2.11)$$

вхідний переріз каналу з дистиллятом

$$\Gamma_{11}:\begin{cases} T = T_{ex \text{ III}}; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = w_{ex \text{ III}}; \end{cases} \quad (2.12)$$

вихідний переріз каналу з розчином (адіабатні умови і статичний тиск)

$$\Gamma_{12}:\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ P = 0; \end{cases} \quad (2.13)$$

нижня і бічна сторони каналу з дистиллятом (адіабатні умови і умови прилипання)

$$\Gamma_{13}:\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \end{cases} \quad (2.14)$$

межа симетрії каналу з дистиллятом

$$\Gamma_{14} : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0, \end{cases} \quad (2.15)$$

де T_{exI} – температура на вході в канал з водним розчином солі, К;

w_{exI} – швидкість потоку на вході в канал з розчином, м/с;

c_{iex} – концентрація солі на вході в канал;

\mathbf{n} – зовнішня нормаль до межі Γ ;

λ_{eII} – ефективна теплопровідність потоку пари в мембрані, Вт/(м·К);

r_w – теплота пароутворення, Дж/кг;

c_w – концентрація пари у мембрані;

T_{exIII} – температура на вході в канал з дистиллятом, К;

w_{exIII} – швидкість дистилляту на вході в канал, м/с.

При розрахунку пориста структура мембрани представлялась системою паралельних капілярів з однаковим радіусом. Вихідні дані для розрахунку наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 Вихідні дані для моделювання мембрани

Параметр	Позначення параметра	Одиниця вимірювання	Значення
Радіус пор мембрани	r	м	$0,12 \cdot 10^{-6}$
Довжина мембранного модуля	l	м	0,5
Товщина мембрани	δ	м	$3,03 \cdot 10^{-4}$
Коефіцієнт пористості мембрани	ε	—	0,8
Коефіцієнт звивистості мембрани	γ	—	0,2
Площа поперечного перерізу	\bar{d}	м ²	0,025

Система рівнянь (2.1) – (2.2) з крайовими умовами (2.3) – (2.15) розв’язувались числовим пошаровим методом [55].

Методика чисельного розв’язку (2.1) – (2.15) побудована на основі методу кінцевих об’ємів і алгоритму сегрегації [55]. В алгоритмі сегрегації основні рівняння розв’язуються послідовно. Цикл розв’язання відбувається ітераційно доти, поки не отримаємо збіжний числовий розв’язок.

Ітераційні кроки алгоритму сегрегації полягають в тому, що спочатку задані теплофізичні властивості розчину і дистилату, градієнт тиску дорівнює нулю [53]. Розв'язувались рівняння руху і знаходились швидкості U , V , W . Розв'язувалось рівняння нерозривності і уточнювали ці швидкості. Потім з рівнянь руху визначались похідні тиску $\partial p/\partial x$, $\partial p/\partial y$, $\partial p/\partial z$. Далі розв'язувались рівняння енергії для розчину [53, 54]. Аналогічно знаходився розподіл швидкостей і температури пари вздовж пори мембрани, потім розрахунок проводився для каналу дистилату [53]. Знаходились питомі витрати пари для температур пари у менісках пор і розподіл концентрації солі у каналі розчину [53]. Вихідні дані для розрахунку наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 Вихідні дані для моделювання

Параметр	Позначення параметра	Одиниця вимірювання	Значення
Температура розчину	θ_H	°К	333
Температура дистилату	θ_D	°К	303
Концентрація розчину солі	b_H	кг/кг	0,1
Швидкість потоку розчину	w_P	м/с	0,1
Швидкість потоку дистилату	w_D	м/с	0,1
Коефіцієнт дифузії	D_s	м ² /с	$3,24 \cdot 10^{-5}$
Потік пари через мембрану	J_w	кг/(м ² ·с)	$1,188 \cdot 10^{-5}$

Селективність процесу цілком визначається рівновагою рідина-пара, яка при цьому встановилася. Отже компонент із найвищим парціальним тиском має найбільшу швидкість руху. Для сольових розчинів і зокрема хлориду натрію, у воді виникає тиск парів води і тільки пари води проникають крізь мембрану.

Результати моделювання наведено на рис. 2.2 – 2.4. На рис. 2.2 представлено розподіл температур у поперечному напрямку мембрани на різних відстанях від входу. Як видно з рис. 2.2 температура розчину у примембранних шарах відрізняється від об'ємної, внаслідок теплопередачі через мембрану. Це явище пояснюється температурною поляризацією [53].

Як і концентраційна, температурна поляризація негативно впливає на продуктивність процесу внаслідок зниження температури розчину (тиску насиченої пари) на поверхні випаровування і її збільшення на поверхні конденсації [30, 54]. По довжині каналу збільшується температурна поляризація, що призводить до зменшення температури на гарячій поверхні мембрани. Перепад температур на мембрані стає меншим і зменшується відбір пари. Завдяки цьому температура розчину у другій половині каналу зменшується повільніше [53]. У зв'язку з масопереносом через мембрану витрати розчину на одиницю часу зменшуються і швидкість руху розчину вздовж каналу падає (рис. 2.3).

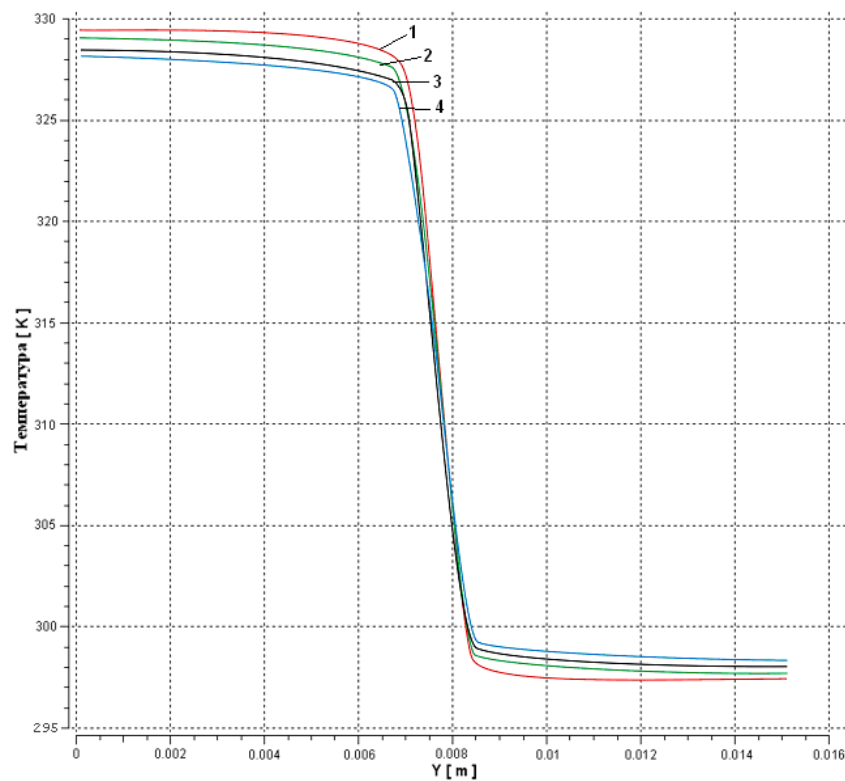


Рисунок 2.2 Розподіл температур по висоті мембранного модуля
 1 – $z = 0,005$ м; 2 – $z = 0,05$ м; 3 – $z = 0,15$ м; 4 – $z = 0,25$ м

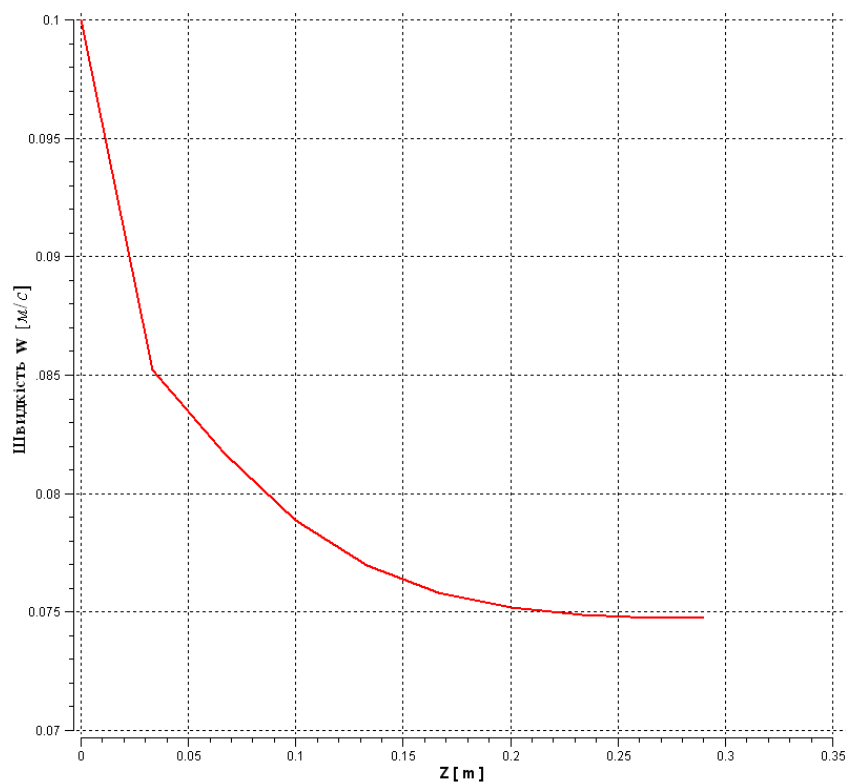


Рисунок 2.3 Зміна швидкості руху розчину по довжині каналу ММ

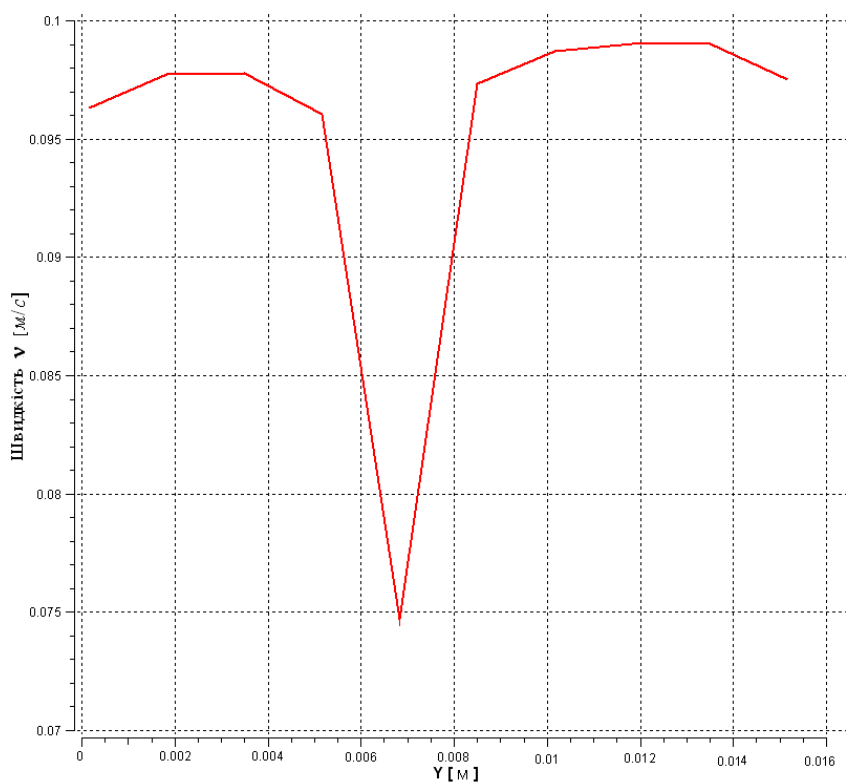


Рисунок 2.4 Розподіл швидкостей розчину і дистилату по висоті каналів ММ
 $z = 0,005$ м

Зменшити температурну поляризацію можна шляхом зміни гідродинамічних умов течії розчину в каналі модуля, тобто за рахунок збільшення швидкості подачі розчину і турбулізації примембранного шару. Теплопередача через мембрану здійснюється з потоком пари і за рахунок теплопередачі через пористу мембрану. Теплопередача через мембрану представляє собою теплові втрати в процесі КМД і визначається коефіцієнтом теплопровідності композиційної структури пористий полімер - газ. До інтенсифікації процесу призводить збільшення температури розчину на вході в мембранний модуль, що відбувається на етапі підготовки розчину [53]. На рис. 2.5 представлено об'ємне зображення зміни температур у ММ. З рисунку видно як по довжині модуля зменшується температура розчину, а температура дистилляту зростає.

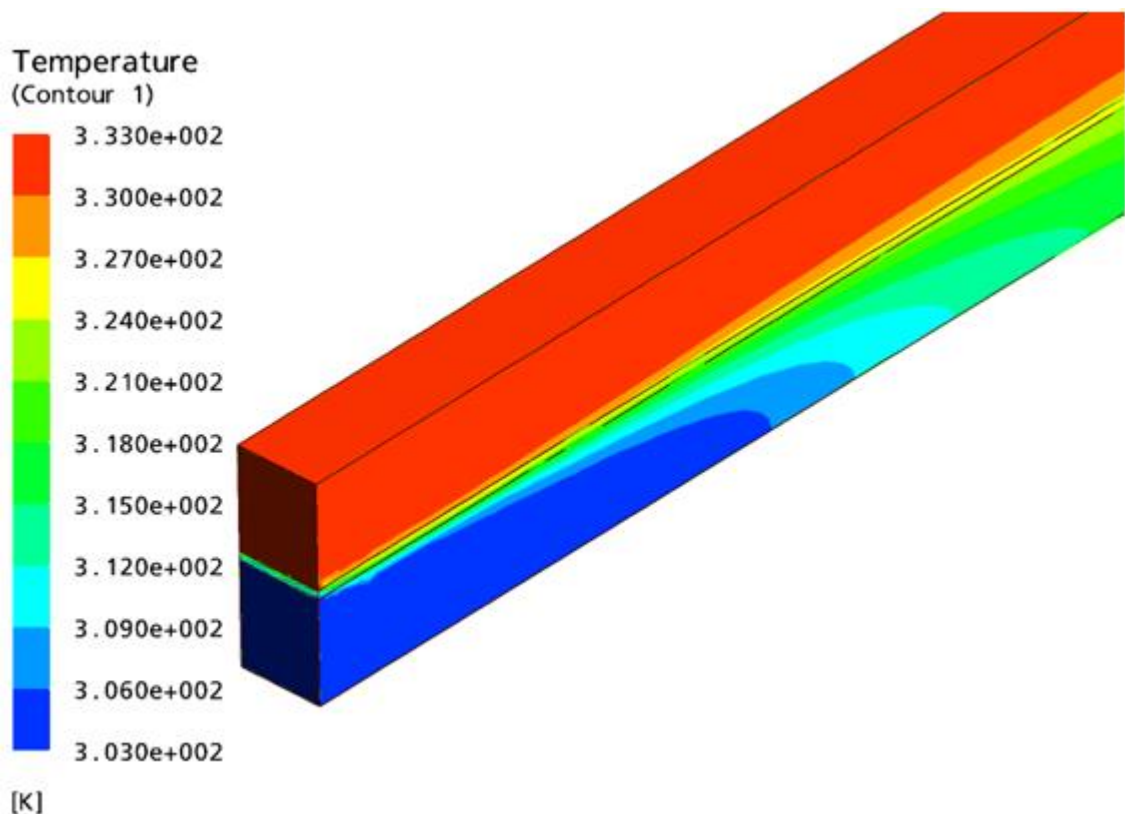


Рисунок 2.5 Розподіл температури у мембранному модулі

Необхідність підтримання постійної величини гідрофобності мембрани в процесі експлуатації є обмежувальним фактором для цього

процесу, який перешкоджає широкому промислового застосуванню мембранної дистиляції.

Математична модель процесу КМД (2.1), (2.2) та крайові умови (2.3) – (2.15) можуть використовуватися для постановки і розв’язання задач, що пов’язані з покращенням техніко-економічних показників установки КМД, а також на етапі проектування нових установок. Для цілей керування розроблена спрощена математична модель розподілу температури у ММ з зосередженими параметрами, що представлена в працях [56, 57].

2.2 Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції як об’єкту з зосередженими параметрами

Для цілей керування розроблена математична модель процесу КМД з зосередженими параметрами, що враховує переніс тепла крізь полімерну структуру мембрани та з потоком пари розчинника.

В зв’язку з тим, що зміна температури розчину по довжині каналу ММ складає декілька градусів, для керування ММ розглядається як об’єкт з зосередженими параметрами, який складається з теплових ємностей [58, 59]:

- канал розчину;
- канал дистиляту.

При створенні математичної моделі прийняті наступні припущення:

- 1) мембрана ідеальна, тобто гідрофобна з однаковим радіусом пор та непошкодженим селективним прошарком;
- 2) не враховано вплив температурної та концентраційної поляризації;
- 3) не врахована зміна температури та концентрації вздовж каналів ММ;
- 4) ємність мембрани не розглядалася, враховуючи її товщину у порівнянні з висотою каналів розчину та дистиляту.

Структурна схема ММ представлена на рис. 2.1.

Математичний опис ММ складається на основі матеріальних і енергетичних потоків процесу. Схематично ММ представлено на рис. 2.6.

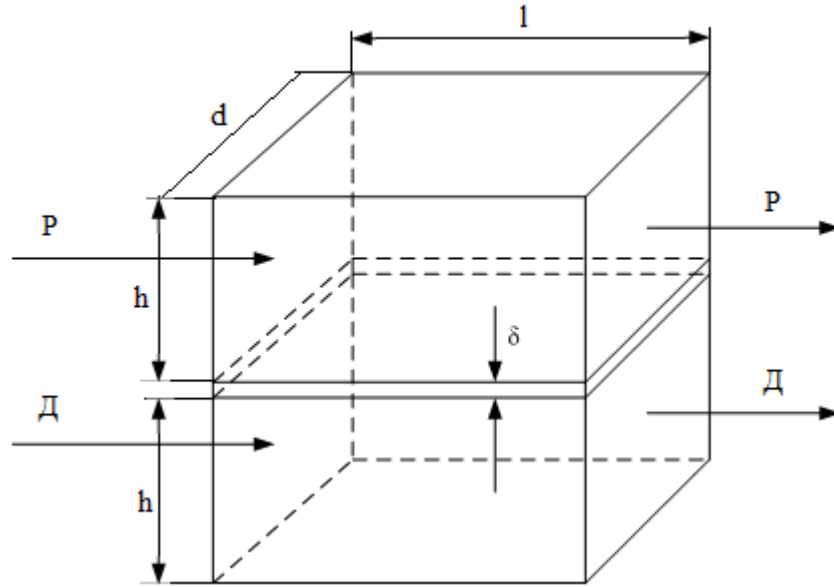


Рисунок 2.6 Схеми мембранного модуля
 d, l, h – ширина, довжина та висота каналу, м; δ – товщина мембрани, м;

На рис. 2.6 представлено ММ з однаковими каналами для розчину (P) і дистилляту (Д) прямокутного перерізу.

Розповсюдження тепла по обидва боки мембрани проходить шляхом конвекції, тому усереднений коефіцієнт теплопередачі [60], $Вт/(м^2 \cdot К)$ визначався за формулою

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_P} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_D} + \sum r_i}, \quad (2.16)$$

де α_P, α_D – відповідно усереднені коефіцієнти тепловіддачі від розчину до мембрани і від мембрани до дистилляту, $Вт/(м^2 \cdot К)$;

λ – коефіцієнт теплопровідності, $Вт/(м \cdot К)$;

$\sum r_i$ – сумарний термічний опір забруднень, $(м^2 \cdot К)/Вт$.

Усереднені коефіцієнти тепловіддачі у виразі (2.16) визначаються з критеріальних залежностей [51]:

$$Nu = \frac{\alpha_i \lambda_i}{\bar{d}} = \begin{cases} 0,23 \text{Pr}_i^{0,25} \text{Re}_i^{0,8} \bar{\varepsilon}, & \text{при турбулентній течії,} \\ 1,62 \left(\text{Re}_i \text{Pr}_i \frac{l}{\bar{d}} \right)^{1/3}, & \text{при ламінарній течії,} \end{cases} \quad (2.17)$$

де $i = P, Д$ – розчин і дистилат відповідно;

λ_i – теплопровідність розчину і дистилату, Вт/(м·К);

$\bar{d} = \frac{2ld}{d+l}$ – ефективний розмір каналу;

$\bar{\varepsilon} = 1 + \frac{2\bar{d}}{l}$ – ефективний коефіцієнт пористості.

Режим течії в каналах ММ визначається за числами Рейнольдса

$$\text{Re}_i = \frac{u_i \bar{d} \rho_{iH}}{\mu_i}, \quad (2.18)$$

де u_i – швидкість подачі розчину і дистилату, м/с;

ρ_{iH} – густина розчину і дистилату на вході і на виході ММ, кг/м³;

μ_i – динамічна в'язкість розчину і дистилату, Па·с.

Числа Прантля в каналах ММ визначається за виразом

$$\text{Pr}_i = \frac{\mu_i c_{iH}}{\lambda_i}, \quad (2.19)$$

де c_{iH} – теплоємність розчину і дистилату на вході ММ, Дж/(кг·К);

Теплопередача через мембрану представляє собою теплові втрати через мембрану і визначається, перш за все, коефіцієнтом теплопровідності композиційної структури «пористий полімер – газ»

$$\lambda = \varepsilon \lambda_{ПП} + (1 + \varepsilon) \lambda_{ПМ}, \quad (2.20)$$

де $\lambda_{ПП}$, $\lambda_{ПМ}$ – відповідно коефіцієнти теплопровідності пароповітряної суміші і полімерної мембрани, Вт/(м·К);

ε – коефіцієнт пористості мембрани.

Випаровуваний розчинник переноситься в порах мембрани, конденсуючись на холодній поверхні мембрани. Для обчислення питомого масового потоку пари, використали співвідношення для випадку молекулярної дифузії [51]

$$J_p = \frac{M \bar{D}_{ВП} p_a}{\delta R \theta} \ln \frac{p_x - p_2(\theta_2)}{p_z - p_1(\theta_1)}, \quad (2.21)$$

де J_p – питомий масовий потік пари, кг/(м²·с);

M – молярна маса пари, моль;

$\bar{D}_{ВП}$ – ефективний коефіцієнт взаємної дифузії пари у повітрі, м²/с;

p_a – атмосферний тиск, Па;

p_z , p_x – тиск пароповітряної суміші на теплій і холодній поверхнях мембрани, Па;

p_1 , p_2 – парціальний тиск пари розчинника на теплій і холодній поверхнях мембрани, Па;

θ_1 , θ_2 – температура на поверхнях мембрани в каналах розчину і дистиляту, К;

R – універсальна газова стала, Дж/(моль·К);

$\theta = (\theta_{PK} + \theta_{DK}) / 2$ – усереднена температура мембрани, К;

θ_{DK} , $\theta_{ПК}$ – температура розчину і дистиляту на виході з ММ, К.

Відношення різниць тисків в (2.21) представлено співвідношенням [51]

$$\frac{p_x - p_2(\theta_2)}{p_z - p_1(\theta_1)} = \exp \frac{D_{КП} (p_z - p_x)}{\bar{D}_{ВП} p_a}, \quad (2.22)$$

де D_{KP} – коефіцієнт кнудсенівської дифузії, м²/с;

Підставляючи (2.22) в (2.21) отримаємо

$$J_p = \frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})}. \quad (2.23)$$

Витрати розчину і дистилату на вході в ММ визначаються

$$G_{iH} = u_i S \rho_{iH}, \quad (2.24)$$

де $S = dh$ – площа поперечного перерізу каналу розчину, м².

Витрати розчину і дистилату на виході з ММ визначаються

$$\begin{aligned} G_{PK} &= G_{PH} - J_p F \varepsilon, \\ G_{DK} &= G_{DH} + J_p F \varepsilon, \end{aligned} \quad (2.25)$$

де F – площа мембрани, м²;

Рівняння теплового балансу динаміки ММ [61, 62]:

$$\begin{aligned} G_{PH} c_{PH} \theta_{PH} - kF(\theta_{PK} - \theta_{DK}) - F \varepsilon J_p r - G_{PK} c_{PK} \theta_{PK} &= V_P \rho_{PK} c_{PK} \frac{d\theta_{PK}}{dt}, \\ G_{DH} c_{DH} \theta_{DH} + kF(\theta_{PK} - \theta_{DK}) + F \varepsilon J_p r - G_{DK} c_{DK} \theta_{DK} &= V_D \rho_{DK} c_{DK} \frac{d\theta_{DK}}{dt}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

де r – питома теплота пароутворення, Дж/кг;

$V_P = V_D = Sl$ – об'єм каналу розчину і дистилату, м³;

ρ_{PK}, ρ_{DK} – густина розчину і дистилату на виході з ММ, кг/м³;

c_{PK}, c_{DK} – теплоємність розчину і дистилату на виході з ММ, Дж/(кг·К);

θ_{PH}, θ_{DH} – температура розчину і дистилату на вході в ММ, К.

Рівняння матеріального балансу динаміки по концентрації солі у розчині має вигляд [60, 61]

$$G_{PH}b_{PH} - G_{PK}b_{PK} = V_P\rho_{PK}\frac{db_{PK}}{dt}, \quad (2.27)$$

де b_{PH} , b_{PK} – відповідно початкова і кінцева концентрація солі, кг/кг.

Підставляючи (2.23) – (2.25) в (2.26) – (2.27) та перегруповуючи записуємо для всіх ємностей відповідні рівняння динаміки ММ [57, 63]

$$\begin{aligned} & G_{PH}(c_{PH}\theta_{PH} - c_{PK}\theta_{PK}) - kF(\theta_{PK} - \theta_{DK}) - \\ & - \frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)\varepsilon F(r - c_{PK}\theta_{PK})}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})} = V_P\rho_{PK}c_{PK}\frac{d\theta_{PK}}{dt}, \\ & G_{DH}(c_{DH}\theta_{DH} - c_{DK}\theta_{DK}) + kF(\theta_{PK} - \theta_{DK}) + \\ & + \frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)\varepsilon F(r + c_{DK}\theta_{DK})}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})} = V_D\rho_{DK}c_{DK}\frac{d\theta_{DK}}{dt}, \\ & G_{PH}(b_{PH} - b_{PK}) + \frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)\varepsilon Fb_{PK}}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})} = V_P\rho_{PK}\frac{db_{PK}}{dt}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

з початковими умовами

$$\theta_{PK}|_{t=0} = \theta_{PH}; \theta_{DK}|_{t=0} = \theta_{DH}; b_{PK}|_{t=0} = b_{PH}.$$

Записана математична модель процесу КМД (2.28) є нелінійною по відношенню до температури розчину на виході з ММ, яка входить також у знаменник в складову рівнянь, що враховує потік пари через мембрану. З ціллю лінеаризації моделі (2.28) проведемо аналіз впливу нелінійності в діапазоні очікуваних температур розчину і дистилляту на вході та виході ММ [64].

Статичні характеристики ММ представлені на рис. 2.7 – 2.9.

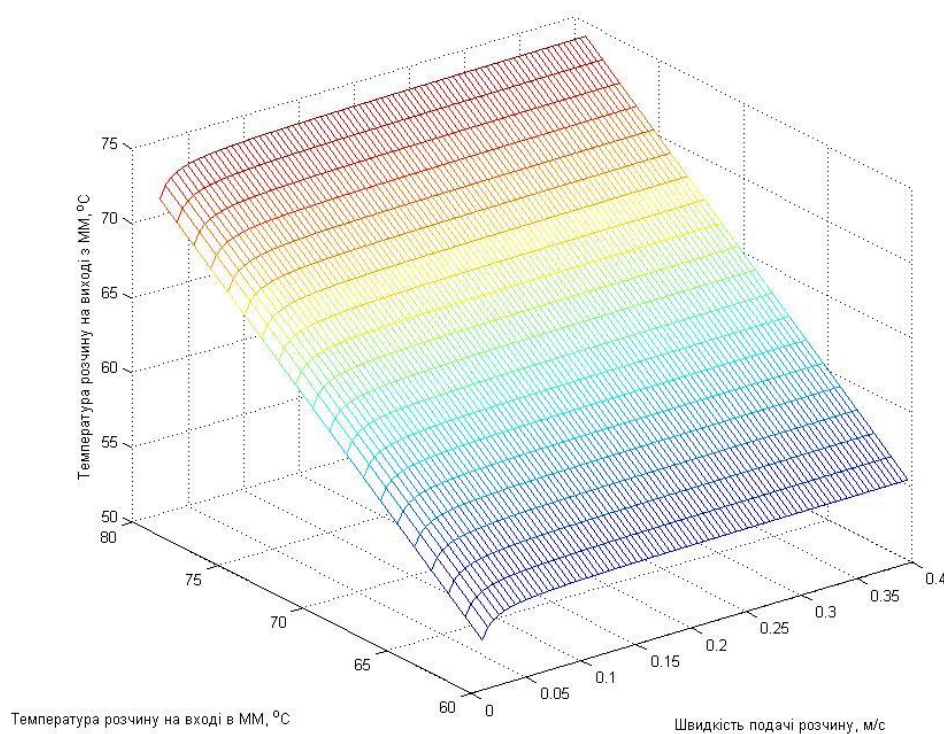


Рисунок 2.7 Статична характеристика за каналами «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - температура розчину на виході з ММ»

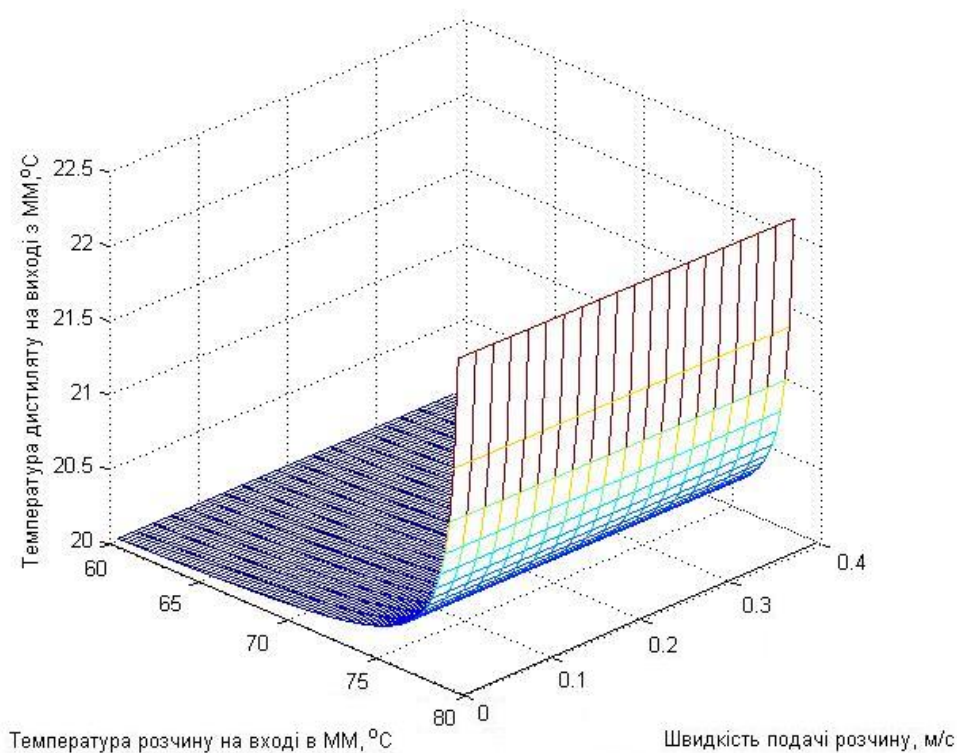


Рисунок 2.8 Статична характеристика за каналами «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - температура дистилату на виході з ММ»

На рис.2.7 і 2.8 представлені статичні характеристики за каналами «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - температура розчину на виході з ММ» і «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - температура дистилляту на виході з ММ», на яких видно, що при збільшенні температури розчину на вході в ММ температура розчину і дистилляту на виході ММ збільшується нелінійно, а швидкість подачі розчину слабо впливає.

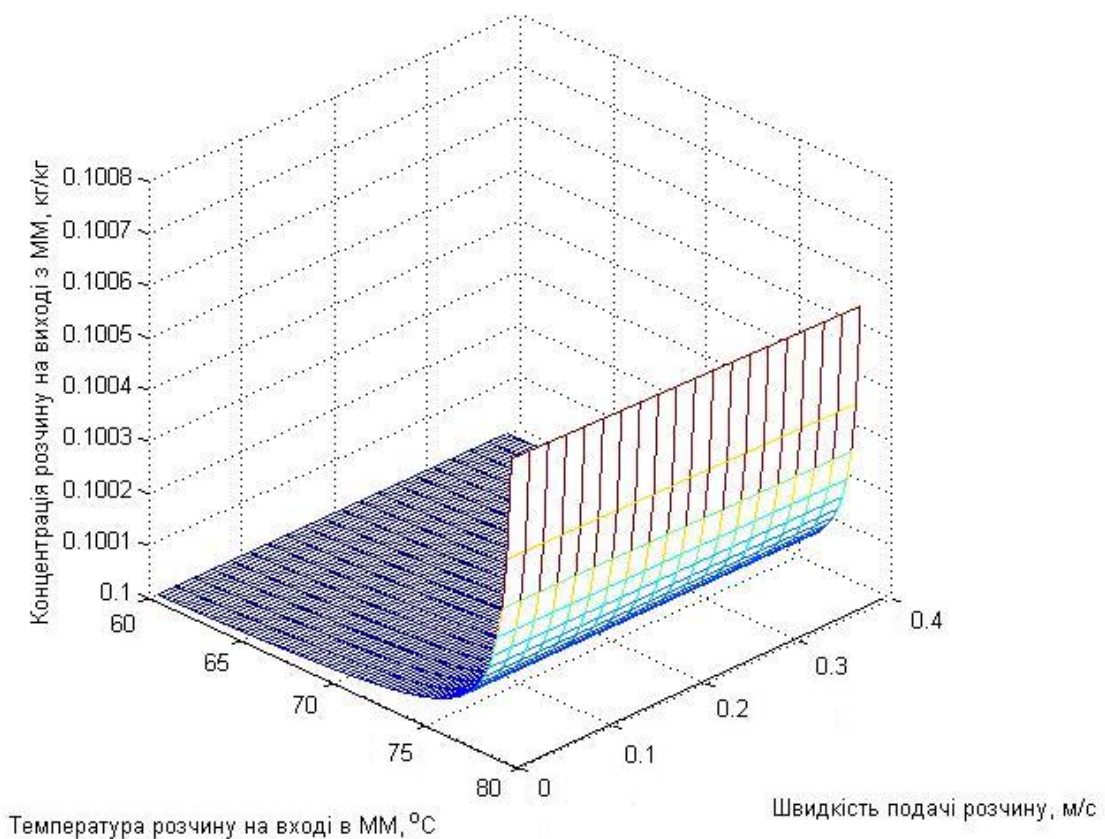


Рисунок 2.9 Статична характеристика за каналом «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - концентрація розчину на виході з ММ»

На рис. 2.9 представлені статичні характеристики за каналом «вхідна температура та швидкість подачі розчину в ММ - концентрація розчину на виході з ММ», які показали, що при збільшенні температури розчину на вході в ММ концентрація розчину на виході ММ збільшується нелінійно, при невеликій швидкості подачі розчину.

Виходячи з рис. 2.7 – 2.9 діапазон регулювання по температурі розчину становить 60,...,80 °С, а по швидкості подачі розчину 0,1,...,0,4 м/с.

Лінеаризовані рівняння збереження маси і енергії у приростах на лінійних ділянках (рис. 2.7 – 2.9) представили у вигляді

$$\begin{aligned} a_{13}\theta_{PH} + a_{15}\theta_{PK} + a_{16}\theta_{DK} &= \frac{d\theta_{PK}}{dt}, \\ a_{25}\theta_{PK} + a_{26}\theta_{DK} &= \frac{d\theta_{DK}}{dt}, \\ a_{35}\theta_{PK} + a_{36}\theta_{DK} + a_{38}b_{PK} &= \frac{db_{PK}}{dt}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

де коефіцієнти моделі:

- рівняння теплового балансу каналу розчину

$$a_{13} = \frac{G_{PH}c_{PH}}{V_P\rho_{PK}c_{PK}};$$

$$a_{15} = \frac{1}{V_P\rho_{PK}c_{PK}} \left[-G_{PH}c_{PK} - kF + \frac{2MD_{КП}(p_z - p_x)\varepsilon F(r + c_{PK}\theta_{DK})}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})^2} \right];$$

$$a_{16} = \frac{1}{V_P\rho_{PK}c_{PK}} \left[kF - \frac{2MD_{КП}(p_z - p_x)\varepsilon F(r - c_{PK}\theta_{PK})}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})^2} \right];$$

- рівняння теплового балансу каналу дистилляту

$$a_{25} = \frac{1}{V_P\rho_{DK}c_{DK}} \left[kF - \frac{2MD_{КП}(p_z - p_x)\varepsilon F(r + c_{DK}\theta_{DK})}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})^2} \right];$$

$$a_{26} = \frac{1}{V_P\rho_{DK}c_{DK}} \left[-G_{ДН}c_{DK} - kF - \frac{2MD_{КП}(p_z - p_x)\varepsilon F(c_{DK}\theta_{PK} - r)}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})^2} \right];$$

- рівняння матеріального балансу концентрації солі у розчині

$$a_{35} = a_{36} = -\frac{1}{V_P \rho_{PK}} \frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)\varepsilon F b_{PK}}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})^2};$$

$$a_{38} = \frac{1}{V_P \rho_{PK}} \left[\frac{2MD_{KP}(p_z - p_x)\varepsilon F}{\delta R(\theta_{PK} + \theta_{DK})} - G_{PH} \right].$$

Отримали спрощену математичну модель процесу КМД (2.27) у просторі станів

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\theta_{PH}, \quad (2.30)$$

де

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_{PK} \\ \theta_{DK} \\ b_{PK} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{15} & a_{16} & 0 \\ a_{25} & a_{26} & 0 \\ a_{35} & a_{36} & a_{38} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Статична характеристика за каналом «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ» представлена на рис. 2.10.

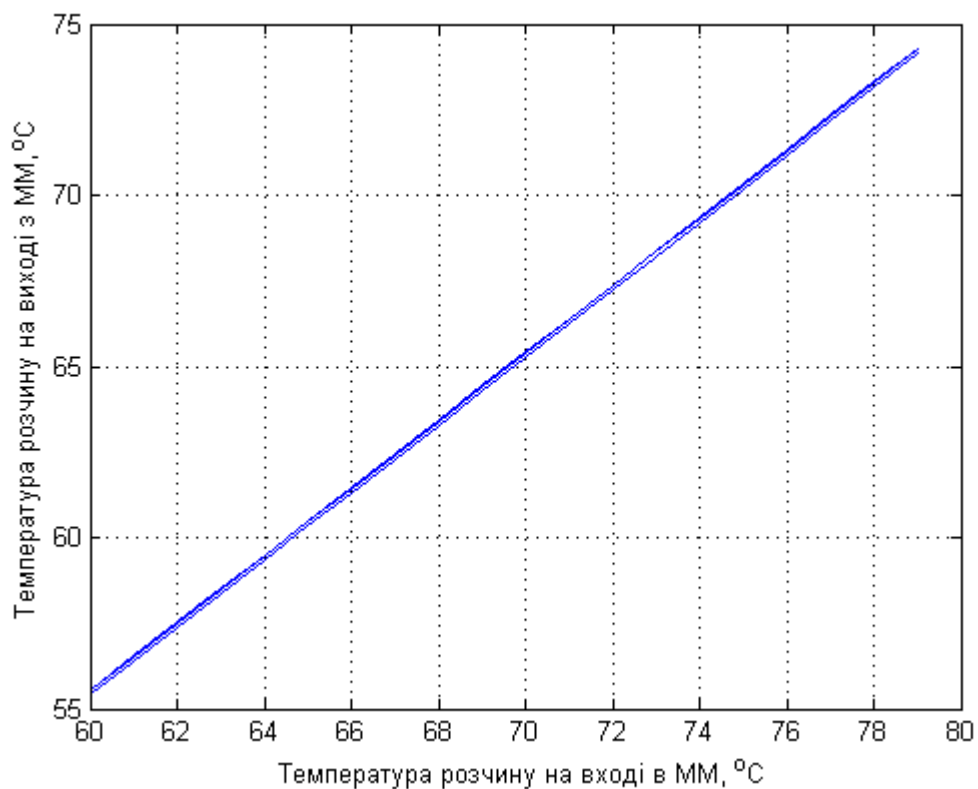


Рисунок 2.10 Статична характеристика за каналом «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ»

З рис. 2.10 видно, що зі збільшенням температури розчину на вході в ММ, температура розчину на виході з ММ підвищується.

Перехідні процеси спрощеної математичної моделі (2.30) представлені на рис. 2.11 – 2.13.

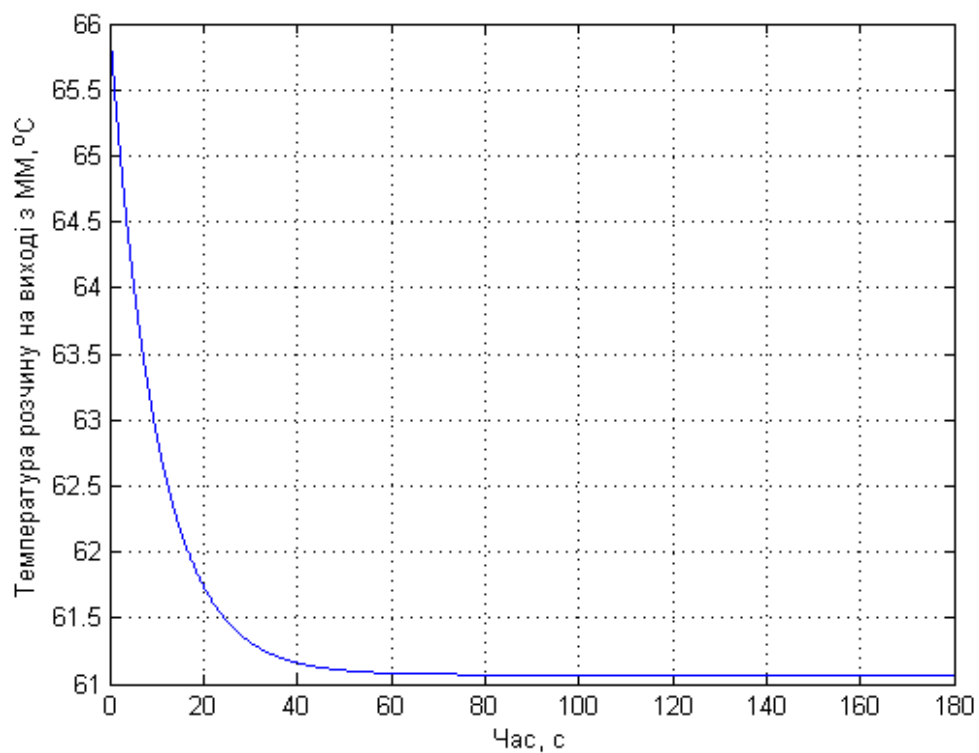


Рисунок 2.11 Перехідний процес за каналом «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ»

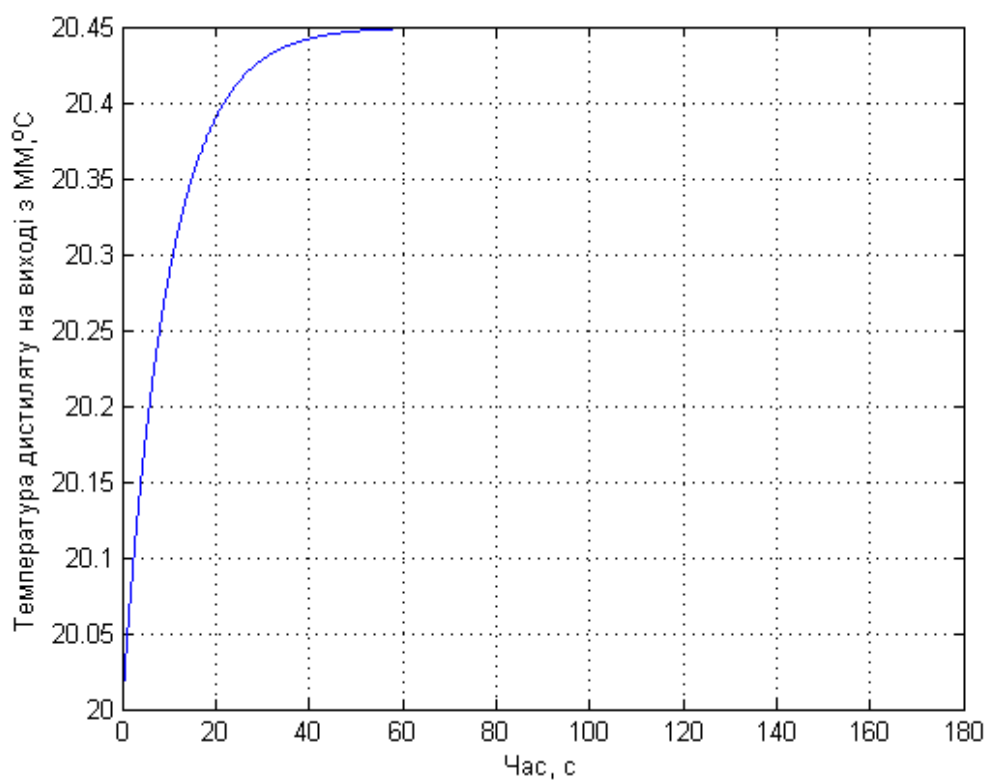


Рисунок 2.12 Перехідний процес за каналом «температура розчину на вході в ММ – температура дистилату на виході з ММ»

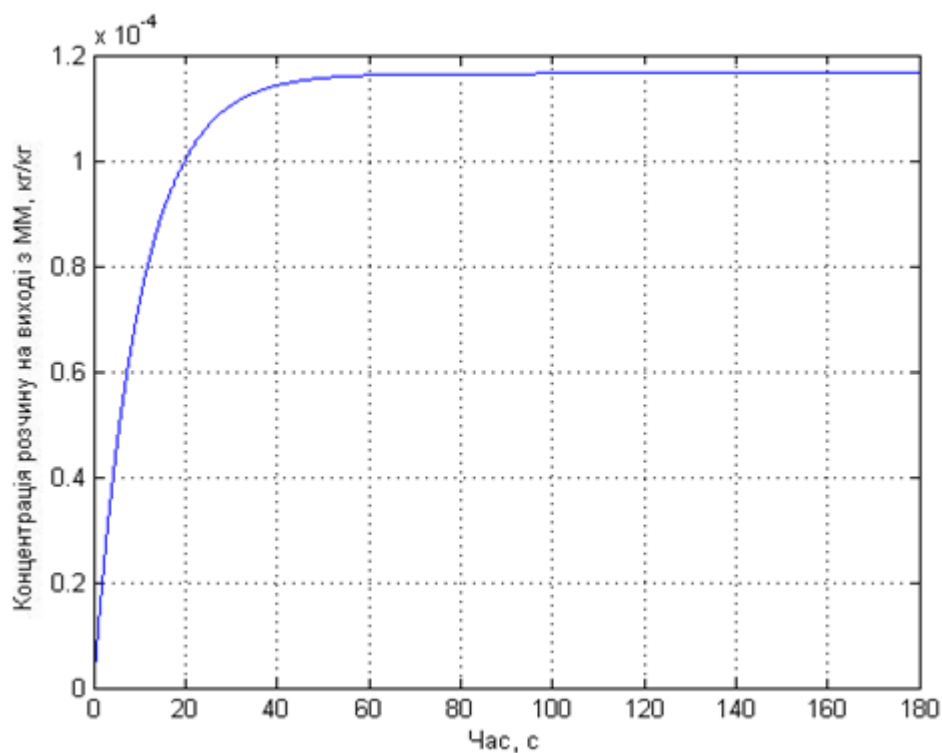


Рисунок 2.13 Перехідний процес за каналом «температура розчину на вході в ММ – концентрація розчину на виході з ММ»

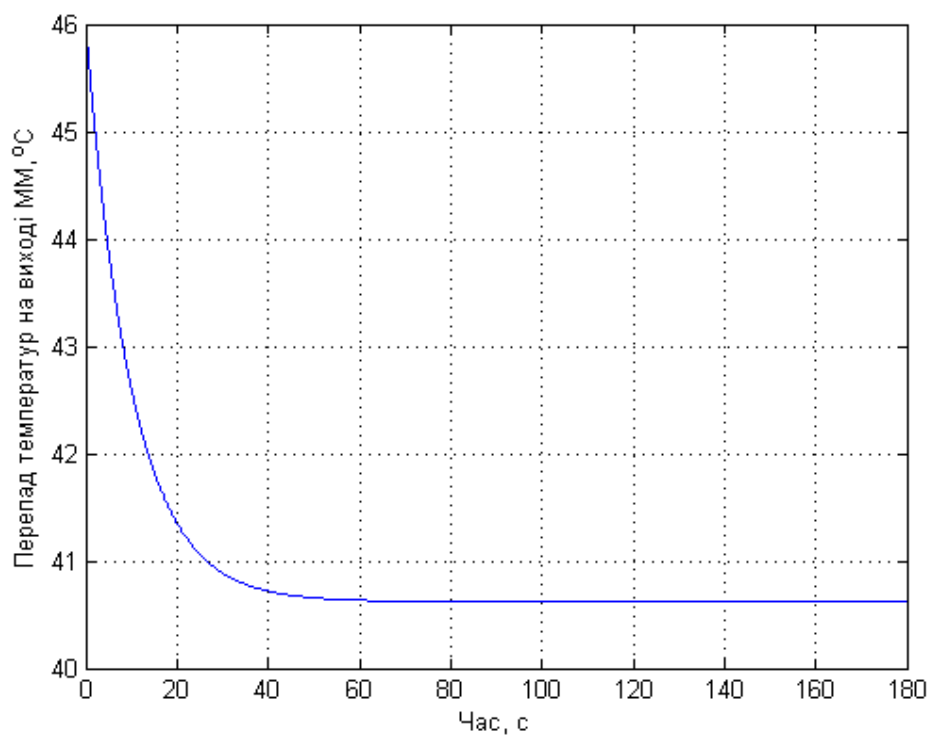


Рисунок 2.14 Перехідний процес за каналом «температура розчину на вході в ММ – перепад температур на виході з ММ»

Як видно з рис. 2.11 – 2.14 час перехідних процесів спрощеної математичної моделі становить близько 60 с.

2.3 Моделювання системи «нагрівач – мембранний модуль» процесу контактної мембранної дистиляції в умовах параметричної невизначеності

Для синтезу системи керування процесом КМД розглядається установка КМД як система «нагрівач – ММ», яка представлена на рис. 2.15.

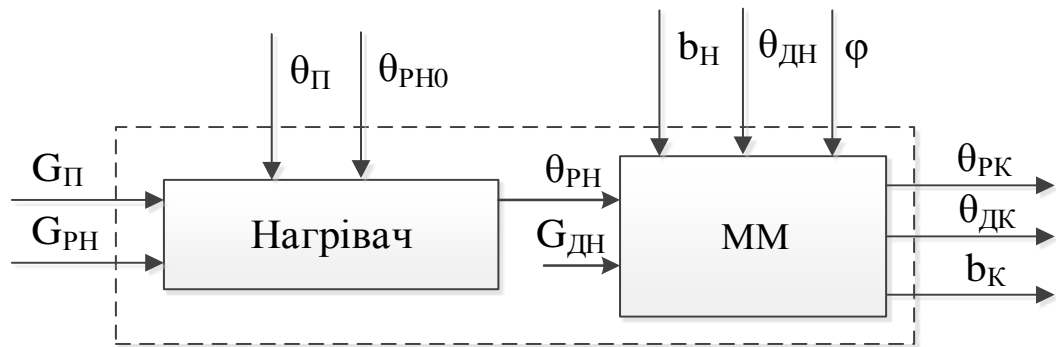


Рисунок 2.15 Установка КМД

На вхід установки КДМ (рис. 2.15) у нагрівач подаються витрати гріючої пари та розчину, у нагрівачі підігрівається розчин до температури 66 °С, який потім надходить до ММ, на виході ММ вимірюється перепад температур розчину і дистиляту. Збуреннями у системі φ є теплофізичні властивості розчину.

При розробці математичної моделі нагрівача припускали, що він є об'єктом з зосередженими параметрами. Для нагрівача з паровою рубашкою передача тепла розчину представлена рівняннями:

$$\begin{cases} G_{\Pi} (i''_{\Pi} - i'_{\text{К}}) - k_T F_T (\theta_{\Pi} - \theta_{\text{РН}}) = V_{\Pi\text{T}} \rho_{\Pi} c_{\Pi} \frac{d}{dt} \theta_{\Pi}, \\ G_{\text{РН}} (c_{\text{РН}0} \theta_{\text{РН}0} - c_{\text{РН}} \theta_{\text{РН}}) + k_T F_T (\theta_{\Pi} - \theta_{\text{РН}}) = V_{\text{РТ}} \rho_{\text{РН}} c_{\text{РН}} \frac{d}{dt} \theta_{\text{РН}}, \end{cases} \quad (2.31)$$

де G_{Π} , θ_{Π} – витрата гріючої пари, температура гріючої пари, кг/с, К;

$i''_{\Pi}, i'_{\text{К}}$ – ентальпія пари та ентальпія конденсату, Дж/кг;

k_T – коефіцієнт теплопередачі від гріючої пари до розчину, Вт/(м²·К);

F_T – площа теплообміну, м^2 ;

$V_{ПТ}, V_{РТ}$ – об'єм каналу гріючої пари і розчину, м^3 ;

$\rho_{П}, c_{П}$ – густина і теплоємність гріючої пари, $\text{кг}/\text{м}^3$, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$;

$c_{РН0}, \theta_{РН0}$ – теплоємність і початкова температура розчину на вході в теплообмінник, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, К .

Після лінеаризації система рівнянь (2.31) у просторі стану має вигляд

$$\begin{cases} a_{41}\theta_{П} + a_{42}\theta_{РН} + bG_{П} = \frac{d}{dt}\theta_{П}, \\ a_{51}\theta_{П} + a_{52}\theta_{РН} = \frac{d}{dt}\theta_{РН}, \end{cases} \quad (2.32)$$

де підстановки

$$\begin{aligned} a_{41} &= \frac{G_{П}c_{П} - k_T F_T}{V_{ПТ}\rho_{П}c_{П}}; & a_{42} &= \frac{k_T F_T}{V_{ПТ}\rho_{П}c_{П}}; & b &= \frac{i''_{П} - i'_{П}}{V_{ПТ}\rho_{П}c_{П}}; \\ a_{51} &= \frac{k_T F_T}{V_{РТ}\rho_{РН}c_{РН}}; & a_{52} &= \frac{G_{РН}c_{К} - k_T F_T}{V_{РТ}\rho_{РН}c_{РН}}. \end{aligned}$$

Вектором стану системи (2.32) є температура пари на вході в теплообмінник і температура розчину на виході з теплообмінника.

Математична модель ММ з зосередженими параметрами, яка розроблена в розділі 2 має два рівняння теплового балансу, які мають вид

$$\begin{cases} a_{12}\theta_{РН} + a_{15}\theta_{РК} + a_{16}\theta_{ДК} = \frac{d\theta_{РК}}{dt}, \\ a_{25}\theta_{РК} + a_{26}\theta_{ДК} = \frac{d\theta_{ДК}}{dt}. \end{cases} \quad (2.33)$$

Узагальнена математична модель установки КМД (рис. 2.15) має вигляд

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}G_{\Pi}, \\ \Delta\theta = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (2.34)$$

де

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta_{\Pi} \\ \theta_{PH} \\ \theta_{PK} \\ \theta_{DK} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{51} & a_{52} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 \\ 0 & a_{12} & a_{15} & a_{16} \\ 0 & 0 & a_{25} & a_{26} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad -1],$$

з початковими умовами

$$\mathbf{x}|_{t=0} = \begin{bmatrix} \theta_{\Pi} \\ \theta_{PH} \\ \theta_{PK} \\ \theta_{DK} \end{bmatrix} \bigg|_{t=0} = \begin{bmatrix} \theta_{\Pi H} \\ \theta_{PH0} \\ \theta_{PH} \\ \theta_{DH} \end{bmatrix}.$$

Температурна поляризація негативно впливає на продуктивність процесу КМД за рахунок зменшення температури розчину на поверхні випаровування. Основний вплив на рівень температурної поляризації мають умови теплопередачі через мембрану. Також завдяки концентраційній поляризації збільшується концентрація розчинних речовин у примембранному шарі з віддаючої сторони мембрани, що негативно впливає на продуктивність процесу.

В результаті забруднення поверхні мембрани в процесі роботи змінюється її термічний опір. Поверхня мембрани гідрофобна і при тривалому контакті з водним розчином змінюється гідрофобно-гідрофільний баланс поверхневого шару мембрани, що впливає на продуктивність процесу. Зміна характеристик мембрани впливає на величину коефіцієнтів теплопередачі через мембрану і дифузії пари через мембрану.

Для більш детального аналізу невизначеностей параметрів математичної моделі ММ, яка входить в установку КМД (рис. 2.15) представимо математичну модель установки КМД (2.34) у вигляді структурної схеми. Структурна схема математичної моделі установки КМД представлена на рис. 2.16.

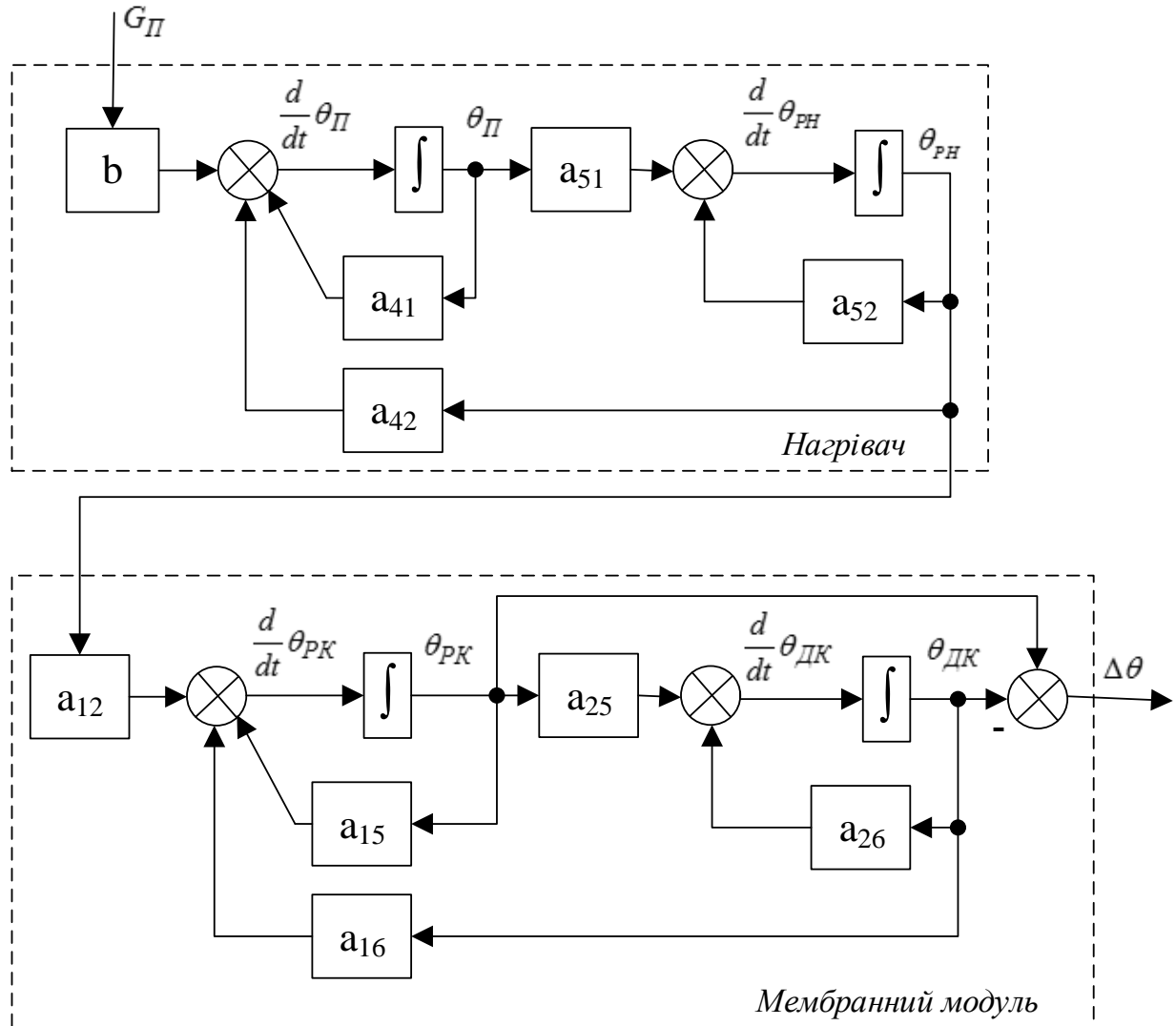


Рисунок 2.16 Структурна схема математичної моделі установки КМД

З рис. 2.16 видно, мультиплікативне входження невизначеності в параметри ММ, отже, маємо мультиплікативну невизначеність параметрів за виходом. Для математичного опису невизначеності параметрів застосуємо верхнє дробово-лінійне перетворення (ДЛП) [65]:

$$a_{ij} = F_U(M_{ij}, \delta_{ij}), \quad (2.35)$$

де ij – відповідні індекси параметрів математичної моделі ММ;
 F_U – оператор верхнього ДЛП;
 δ_{ij} – параметри відносних збурень коефіцієнтів ij -го коефіцієнта;
 M_{ij} – мультиплікативна невизначеність за виходом.

Відповідні верхні ДЛП коефіцієнтів математичної моделі ММ можна представити структурною схемою

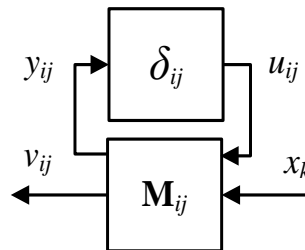


Рисунок 2.17 Структурна схема верхнього ДЛП коефіцієнтів з невизначеностями

На рис. 2.17 представлена структурна схема верхнього ДЛП коефіцієнтів з невизначеностями ММ. На рис. 2.17 позначено:

- x_k – відповідні температури на вході θ_{PH} або $\theta_{ДН}$;
- y_{ij} та u_{ij} – виходи та входи збурень δ_{ij} відповідно;
- v_{ij} – відповідні температури на виході θ_{PK} або $\theta_{ДК}$ з урахуванням збурень δ_{ij} .

Визначається невизначеність наступним виразом [69]

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{ij} \\ p_{ij} & \bar{a}_{ij} \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

де \bar{a}_{ij} – коефіцієнти математичної моделі за відсутності невизначеностей;
 p_{ij} – відсоток невизначеності.

На рис. 2.18 переставлена структурна схема установки КМД з урахуванням невизначеностей математичної моделі ММ за допомогою верхнього ДЛП.

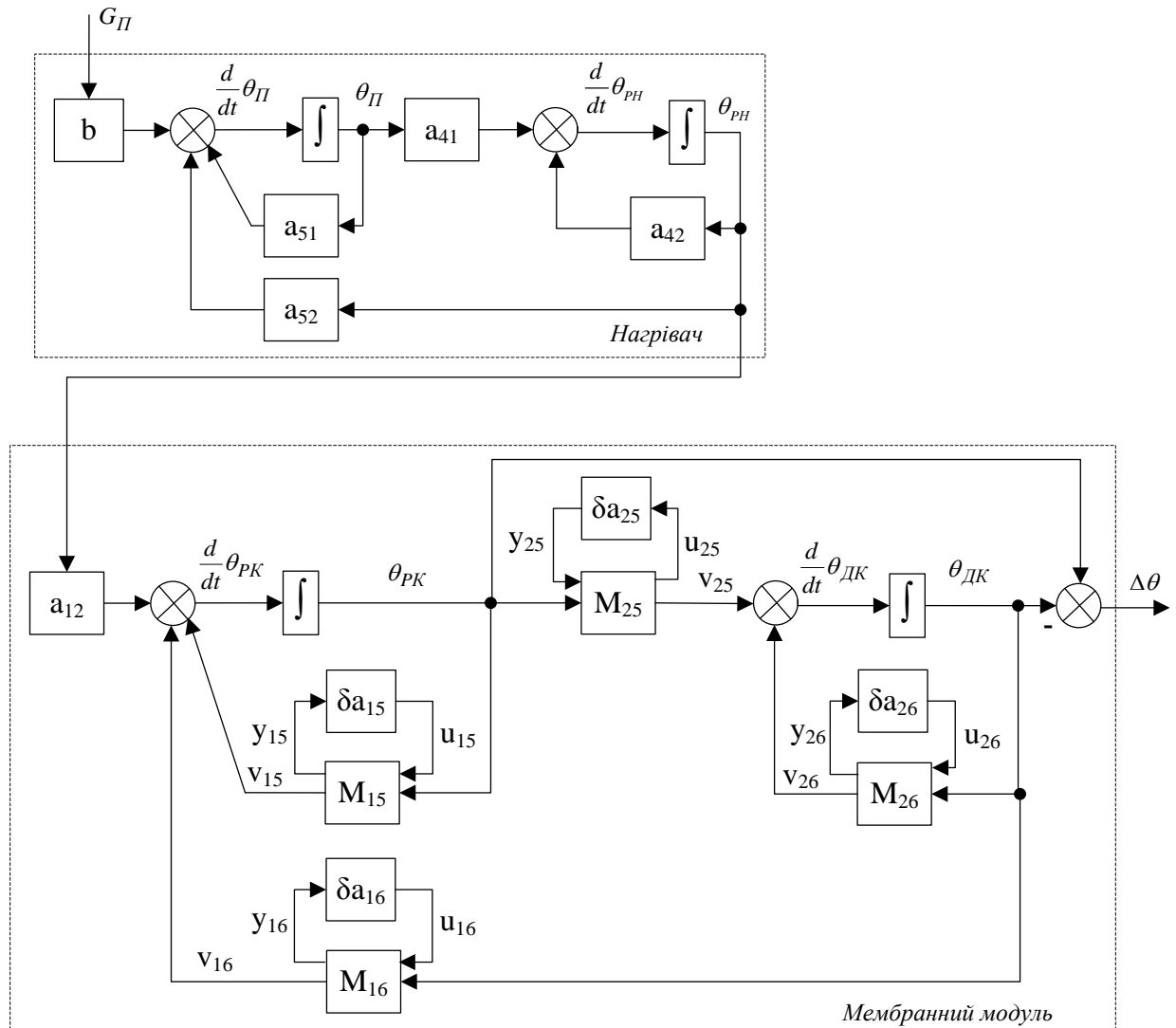


Рисунок 2.18 Структурна схема математичної моделі установки КМД з урахуванням невизначеностей процесу

На рис. 2.18 показано застосування верхнього ДЛП для коефіцієнтів математичної моделі ММ, що мають невизначеності.

Оскільки, невизначеності параметрів математичної моделі ММ змінюються у відомих діапазонах, то і коефіцієнти моделі, у яку входять ці параметри теж змінюються в відомих діапазонах. Коефіцієнти в які входить мультиплікативна невизначеність, описуються виразом

$$a_{ij} = \bar{a}_{ij}(1 + p_{ij}\delta_{ij}). \quad (2.37)$$

З досліджень процесу КМД, який проведений в розділі 2, випливає, що параметри відносних збурень коефіцієнтів математичної моделі змінюються в наступних межах

$$0 \leq \delta_{ij} \leq 1. \quad (2.38)$$

В нерівності (2.38) значенню 0 відповідає нова мембрана (без забруднень), а значенню 1 забруднена мембрана (тобто мембрана має найбільше забруднення при якому ще можливо ведення процесу).

Коефіцієнти, що враховують відсоток невизначеності p_{ij} визначаються з максимально припустимих значень параметрів моделі ММ, що спричиняють невизначеність. У рівняння в які входить даний коефіцієнт значення підставляються не у відсотках, а у частках.

Виходячи з структурної схеми (рис. 2.18) та (2.36) запишемо відповідні рівняння для кожного коефіцієнта:

- для a_{15} маємо:

$$\begin{bmatrix} y_{15} \\ v_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{15} \\ p_{15} & \bar{a}_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{15} \\ \theta_{PK} \end{bmatrix}; \quad (2.39)$$

$$u_{15} = \delta_{15} y_{15};$$

- для a_{16} маємо:

$$\begin{bmatrix} y_{16} \\ v_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{16} \\ p_{16} & \bar{a}_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{16} \\ \theta_{DK} \end{bmatrix}; \quad (2.40)$$

$$u_{16} = \delta_{16} y_{16}.$$

- для a_{25} маємо:

$$\begin{bmatrix} y_{25} \\ v_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{25} \\ p_{25} & \bar{a}_{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{25} \\ \theta_{PK} \end{bmatrix};$$

$$u_{25} = \delta_{25} y_{25};$$
(2.41)

- для a_{26} маємо:

$$\begin{bmatrix} y_{26} \\ v_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{a}_{26} \\ p_{26} & \bar{a}_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{26} \\ \theta_{DK} \end{bmatrix};$$

$$u_{26} = \delta_{26} y_{26}.$$
(2.42)

Після відповідних алгебраїчних перетворень (2.39) – (2.42) представимо рівняння теплового балансу ММ з урахуванням невизначеностей коефіцієнтів математичної моделі ММ:

- канал розчину:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_{PK}}{dt} &= a_{12}\theta_{PH} + 2\bar{a}_{15}\theta_{PK} + 2\bar{a}_{15}\theta_{DK} + p_{15}u_{15} + p_{16}u_{16}, \\ y_{15} &= \bar{a}_{15}\Theta_{PK}, \\ y_{16} &= \bar{a}_{16}\Theta_{DK}, \\ u_{15} &= \delta_{15}y_{15}, \\ u_{16} &= \delta_{16}y_{16}, \end{aligned}$$
(2.43)

- канал дистиляту:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_{DK}}{dt} &= 2\bar{a}_{25}\theta_{PK} + 2\bar{a}_{26}\theta_{DK} + p_{25}u_{25} + p_{26}u_{26}, \\ y_{25} &= \bar{a}_{25}\Theta_{PK}, \\ y_{16} &= \bar{a}_{16}\Theta_{DK}, \\ u_{25} &= \delta_{25}y_{25}, \\ u_{16} &= \delta_{16}y_{16}. \end{aligned}$$
(2.44)

Представимо рівняння (2.43) – (2.44) у векторно-матричному вигляді, тоді математична модель установки КМД (2.34) набуває вигляду

$$\begin{bmatrix} d\theta_{\Pi} / dt \\ d\theta_{PH} / dt \\ d\theta_{PK} / dt \\ d\theta_{JK} / dt \\ \hline y_{15} \\ y_{16} \\ y_{26} \\ y_{26} \\ \hline \Delta\theta \end{bmatrix} = \mathbf{\Pi} \begin{bmatrix} \theta_{\Pi} \\ \theta_{PH} \\ \theta_{PK} \\ \theta_{JK} \\ \hline u_{15} \\ u_{16} \\ u_{25} \\ u_{26} \\ \hline G_{\Pi} \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

де матриця перетворень

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & b \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & a_{12} & \bar{a}_{15} & \bar{a}_{16} & | & p_{15} & p_{16} & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{25} & \bar{a}_{26} & | & 0 & 0 & p_{25} & p_{26} & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & \bar{a}_{15} & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{16} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{25} & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{26} & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & -1 & | & 1 & 1 & 1 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}.$$

Входи та виходи невизначеностей зв'язані наступним співвідношенням

$$\begin{bmatrix} u_{15} \\ u_{16} \\ u_{25} \\ u_{26} \end{bmatrix} = \mathbf{\Delta} \begin{bmatrix} y_{15} \\ y_{16} \\ y_{25} \\ y_{26} \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

де матриця невизначеностей

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} \delta_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{26} \end{bmatrix}.$$

Перепишемо математичну модель (2.44) у матриць

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix}, \quad (2.47)$$

де матриця стану

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{51} & a_{52} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 \\ 0 & a_{12} & \bar{a}_{15} & \bar{a}_{16} \\ 0 & 0 & \bar{a}_{25} & \bar{a}_{26} \end{bmatrix};$$

матриці входів невизначеності процесу КМД та подачі гріючої пари відповідно

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{15} & p_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{25} & p_{26} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

матриці виходів невизначеностей та перепаду температур на виході установки КМД відповідно

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{a}_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{16} \\ 0 & 0 & \bar{a}_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{a}_{26} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_2 = [0 \quad 0 \quad 1 \quad -1];$$

$\mathbf{D}_{12} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$, $\mathbf{D}_{21} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ – прямі зв'язки, що пов'язують входи та виходи невизначеності [66];

\mathbf{D}_{11} , \mathbf{D}_{22} – матриці прямих зв'язків (нульові).

Для наглядності представимо модель (2.47) у просторі станів

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1 \mathbf{w} + \mathbf{B}_2 G_{II}, \\ \mathbf{z} = \mathbf{C}_1 \mathbf{x} + \mathbf{D}_{12} G_{II}, \\ \Delta\theta = \mathbf{C}_2 \mathbf{x} + \mathbf{D}_{21} \mathbf{w}, \end{cases} \quad (2.48)$$

де виходи та входи невизначеностей відповідно

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} y_{15} \\ y_{16} \\ y_{25} \\ y_{26} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} u_{15} \\ u_{16} \\ u_{25} \\ u_{26} \end{bmatrix}.$$

Представимо математичну модель установки КМД (2.46) – (2.47) в операторній формі, що є найбільш зручною для синтезу робастного керування

$$\Delta\theta = F_U(\mathbf{G}, \Delta) G_{II}. \quad (2.49)$$

Структурна схема математичної моделі установки КМД у згорнутому вигляді із застосуванням верхнього ДЛП представлена на рис. 2.19.

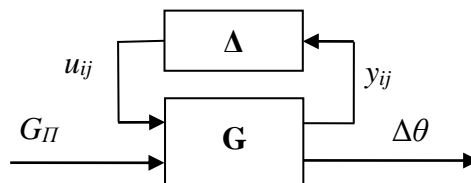


Рисунок 2.19 Структурна схема математичної моделі установки КМД із застосуванням верхнього ДЛП

Математична модель установки КМД (рис. 2.19) враховує передачу тепла через мембрану з потоком пари і завдяки теплопередачі через полімерну структуру мембрани, а також невизначеності процесу.

Результати дослідження представлені на рис. 2.20.

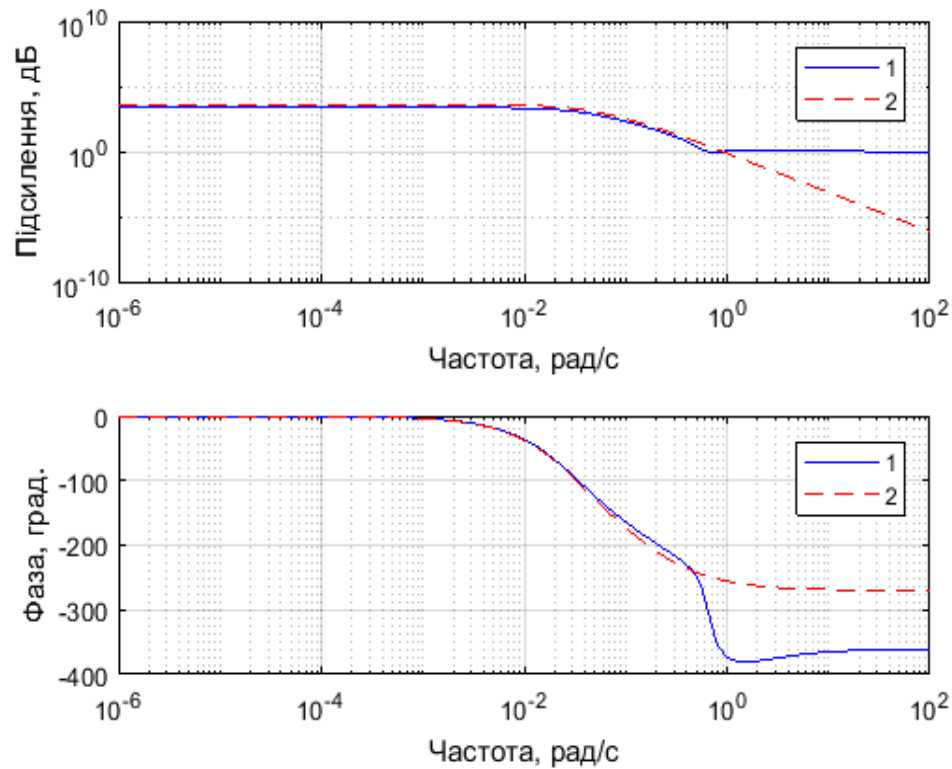


Рисунок 2.20 Діаграми Бодє установки в умовах невизначеності
1 – за відсутності невизначеностей; 2 – при максимальному відхиленні параметрів, що спричиняють невизначеність

На рис. 2.20 показано логарифмічні амплітудо-частотні та логарифмічні фазочастотні характеристики установки КМД за відсутності параметричної невизначеності процесу та при максимальному значенні параметрів, що спричиняють невизначеність. Як видно з рисунку невизначеності суттєво впливають на процес КМД в високочастотній області. Значення параметрів, що враховують невизначеність наведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 Вихідні дані невизначеностей математичної моделі

Параметр	Позначення параметра	Одиниця вимірювання	Значення
Сумарний термічний опір забруднень	Σr_i	$(m^2 \cdot K)/Bm$	$1,53 \cdot 10^{-4}$
Коефіцієнт пористості мембрани	ε	—	0,6

Проведено аналіз впливу невизначеностей на роботу установки КМД. Дослідження логарифмічних амплітудо-частотних та логарифмічних фазочастотних характеристик об'єкту при різних значеннях структурованих параметричних збурень показали, що чутливість системи до невизначеностей математичної моделі процесу КМД проявляється в високочастотній області. Беручи до уваги значний вплив функціональних невизначеностей мембрани на ведення процесу КМД, виникла, необхідність розробки такої системи керування процесом яка б забезпечила необхідну якість ведення процесу.

Для застосування розроблених математичних моделей проведена перевірка адекватності моделей процесу. Проведені експериментальні дослідження процесу КМД на діючій лабораторній установці КМД-10.

Перевірка адекватності запропонованих математичних моделей процесу та експериментальні дослідження процесу КМД представлені в розділі 4.

2.4 Висновки до розділу 2

1. Розроблена математична модель процесу контактної мембранної дистиляції на основі рівнянь гідродинаміки і тепломасообміну, яка враховує крім розподілу швидкостей і температур розчину і дистиляту в каналах мембранного модуля розподіл швидкостей і температур в порах мембрани. Дана математична модель може бути застосована для аналізу температурного поля в мембранному модулі на етапі проектування чи в якості еталонної моделі.
2. На основі законів збереження маси, енергії та прийнятими припущеннями розроблена нелінійна математична модель динаміки процесу, що враховує потік пари через мембрану.
3. Зміна характеристик мембрани з часом експлуатації впливає на процеси тепломасообміну. Аналіз впливу невизначеностей мембрани на зміни характеристик математичної моделі контактної мембранної дистиляції показав, що невизначеними параметрами є сумарний термічний опір і пористість мембрани, які суттєво впливають на якість ведення процесу.
4. Розроблена спрощена математична модель процесу контактної мембранної дистиляції з зосередженими параметрами, яка дозволяє керувати процесом в умовах невизначеності функціональних властивостей мембрани.

РОЗДІЛ 3

РОЗРОБКА І ДОСЛІДЖЕННЯ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

Задача розробки математичних моделей процесу КМД представлена в попередньому розділі.

При неповній інформації про параметри процесу КМД і не стаціонарність в умовах невизначеності актуальним є питання розробки системи керування для забезпечення властивостей робастності динамічної системи. Початок розвитку теорії робастного керування поклала робота В.Л. Харитонова про стійкість інтервального сімейства поліномів. Потім Дж.С. Дойлем і Д. Стейном покладено початок робастної теорії керування об'єктами, що функціонують в умовах невизначеності. В даний час досліджено і застосовано ряд ефективних методів аналізу і синтезу систем керування нелінійними об'єктами, серед яких найбільш розповсюдженими є адаптивні і робастні методи. Великий вклад в їх розробку належить Я.З. Ципкіну, Б.Т. Поляку, А.П. Ладанюку, А.А. Туніку, С.А. Бродській.

При розробці системи керування процесом КМД виникла задача синтезу оптимального регулятора, який би був ефективним в умовах невизначеності параметрів математичної моделі. Але досвід застосування оптимальних систем за квадратичним критерієм якості показав їх чутливість до параметрів моделі реального об'єкта. Такі системи виявились негрубими, що приводить їх до втрати ними не лише оптимальності, а й стійкості і якості. Ця задача деякою мірою розв'язується за допомогою адаптивних систем, але контури адаптації є достатньо складними, що зменшує надійність системи та підвищує її вартість. Крім того контури адаптації є повільно-діючими, що не дає змоги ефективно протистояти швидкодіючим параметричним збуренням.

3.1 Система керування процесу контактної мембранної дистиляції

Ставилася задача розробки системи керування процесу КМД, яка мала б зберігати стійкість та підтримувати показник якості в допустимих межах при зменшенні витрат на керування, при умові зміни характеристик мембрани в процесі експлуатації без використання методів адаптації.

Методологія розробки системи керування полягає в тому, що з погляду стійкості та забезпечення працездатності системи керування за умови дії на неї параметричних збурень необхідно розглядати найнебезпечнішу ситуацію, в якій може опинитися система. Кількісні характеристики робастної системи оцінюються за допомогою так званої H_∞ -норми функції додаткової чутливості. Успішне розв'язання цієї задачі дає змогу уникати складніших, повільно-діючих та дорогих адаптивних систем.

Розглянуто синтез робастного керування, що забезпечує роботу установки КМД в умовах зміни стану мембрани в процесі експлуатації і відповідно параметрів математичної моделі.

При погіршенні стану мембрани непрямыми показниками зменшення проникності пари через мембрану є перепад температур між розчином і дистилятом на виході ММ. В якості керуючого впливу вибрано витрати гріючої пари на підігрів розчину. Підтримання заданого перепаду температур на виході ММ забезпечується зміною вхідної температури розчину. Якщо стан мембрани погіршується, то треба підвищувати вхідну температуру розчину, що призводить до збільшення рушійної сили процесу.

З метою визначення впливу невизначеностей на систему керування розв'язувалась задача оптимального керування зі зворотнім зв'язком [67, 68]. В якості критерія оптимальності використали інтегральний-квадратичний критерій

$$J = \min \int_0^{\infty} \left[q(\Delta\theta - \Delta\theta_s)^2 + rG_{II}^2 \right] dt, \quad (3.1)$$

де $\Delta\theta_3$ – заданий перепад температур на виході ММ; q, r – вагові коефіцієнти.
Отримали алгебраїчне рівняння Ріккати

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \frac{1}{r} \mathbf{P} \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} = 0. \quad (3.2)$$

Оптимальний закон керування визначався як

$$\mathbf{G}_\Pi = -\mathbf{K} \mathbf{x}, \quad (3.3)$$

де оптимальна ланка зворотного зв'язку

$$\mathbf{K} = \frac{1}{r} \mathbf{B}_2^T \mathbf{P}. \quad (3.4)$$

Перевірялись умови керованості і спостережуваності задачі (3.1), а саме:

- пара матриць $[\mathbf{A}, \mathbf{B}_2]$ має бути повністю керована. Матриця керованості має вигляд

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{B}_2 \mid \mathbf{A} \mathbf{B}_2 \mid \mathbf{A}^2 \mathbf{B}_2 \mid \mathbf{A}^3 \mathbf{B}_2 \right] = \\ & = b \begin{bmatrix} 1 & a_{51} & a_{51}^2 + a_{41} a_{52} & a_{51} (a_{51}^2 + a_{41} a_{52}) + a_{52} a_{41} (a_{42} + a_{51}) \\ 0 & a_{41} & a_{41} (a_{42} + a_{51}) & a_{41} (a_{51}^2 + a_{41} a_{52}) + a_{42} a_{41} (a_{42} + a_{51}) \\ 0 & 0 & 1 & a_{41} a_{12} (a_{42} + 2a_{51}) \\ 0 & 0 & 0 & a_{12} a_{25} a_{41} \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (3.5)$$

- пара матриць $[\mathbf{A}, \mathbf{C}]$ має бути повністю спостережувана. Матриця спостережуваності має вигляд

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \end{bmatrix} = \left\| r_{ij} \right\|_4^4, \quad i, j = 1, \dots, 4. \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{де } r_{11} &= 0; \quad r_{12} = 0; \quad r_{13} = 1; \quad r_{14} = -1; \quad r_{21} = 0; \quad r_{22} = a_{12}; \quad r_{23} = a_{51} - a_{25}; \quad r_{24} = a_{16} - a_{26}; \\ r_{31} &= a_{12}a_{41}; \quad r_{32} = a_{12}(a_{42} - a_{25} + a_{51}); \quad r_{33} = a_{51}(1 - \bar{a}_{25}) + a_{25}(\bar{a}_{16} + \bar{a}_{26}); \\ r_{34} &= \bar{a}_{26}(\bar{a}_{16} - \bar{a}_{26}) + \bar{a}_{16}(a_{51} - \bar{a}_{25}); \quad r_{41} = a_{12}a_{41}(a_{42} + 2a_{51} - \bar{a}_{25}); \\ r_{42} &= a_{12}(a_{42}^2 + a_{41}a_{52} + \bar{a}_{16}\bar{a}_{25} - \bar{a}_{25}\bar{a}_{26}) + (a_{42} + a_{51})(a_{12}a_{51} - \bar{a}_{25}a_{12}); \\ r_{43} &= (a_{51} - \bar{a}_{25})(a_{51}^2 + \bar{a}_{16}\bar{a}_{25}) + (\bar{a}_{26} + a_{51})(\bar{a}_{16}\bar{a}_{25} - \bar{a}_{26}\bar{a}_{25}); \\ r_{44} &= (\bar{a}_{26}^2 + \bar{a}_{16}\bar{a}_{25})(\bar{a}_{16} - \bar{a}_{25}) + (\bar{a}_{26} - a_{51})(a_{51}\bar{a}_{16} - \bar{a}_{25}\bar{a}_{16}). \end{aligned}$$

Система є повністю керована і спостережувана, оскільки матриці (3.5) і (3.6) мають повний ранг.

Проведено порівняльний аналіз системи керування з оптимальним лінійним регулятором і ПД регулятором при наявності та відсутності невизначеностей, результати представлені на рис. 3.1, значення критеріїв оптимальності наведено в табл. 3.1.

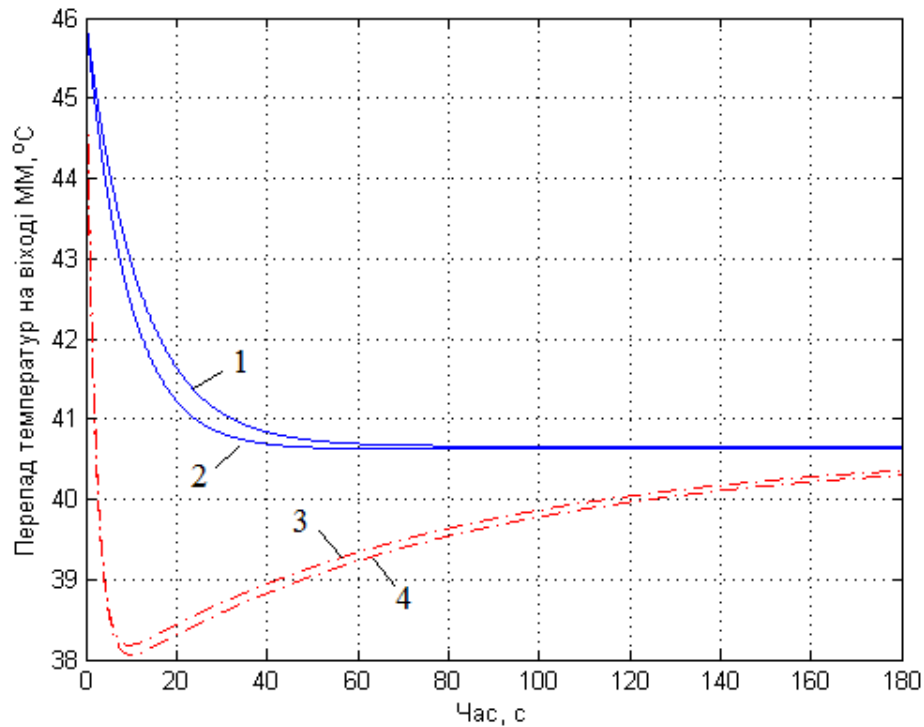


Рисунок 3.1 Порівняння результатів роботи систем керування

- 1 – ПІ регулятор за відсутності невизначеностей;
 2 – лінійний оптимальний регулятор за відсутності невизначеностей;
 3 – ПІ регулятор за наявності невизначеностей;
 4 – лінійний оптимальний регулятор за наявності невизначеностей;

Таблиця 3.1 Порівняння систем керування

Регулятор	Критерій оптимальності	Наявність невизначеностей	Значення критерію
ПІ	$J = \int_0^{\infty} (\Delta\theta - \Delta\theta_s)^2 dt$	ні	28.1
		так	76.8
Лінійний оптимальний	$J = \int_0^{\infty} (q(\Delta\theta - \Delta\theta_s)^2 + rG_{II}^2) dt$	ні	12.5
		так	43.2

З рис. 3.1 і табл. 3.1 видно, що математична модель процесу КМД чутлива до невизначеності параметрів, проведена перевірка оптимальної системи керування для заданих невизначеностей. Числові дослідження оптимальної системи керування показали, що оптимальна система керування не забезпечує заданої якості і виходить на межу стійкості при зміні термічного опору на поверхні мембрани і пористості мембрани. Тому вибрано синтез робастного керування установкою КМД. Для розв'язання

задачі робастного керування застосували H_∞ оптимізацію. На основі аналізу стану мембрани в процесі роботи вважається, що сумарний термічний опір підвищується на 20%, а пористість мембрани зменшується на 20%. Дослідження логарифмічних амплітудо-частотних і логарифмічних фазочастотних характеристик об'єкту при різних значеннях структурованих параметричних збурень показали, що чутливість системи до невизначеностей моделі проявляється в високочастотній області.

Отже, необхідно знайти такий регулятор, що стабілізує систему в умовах невизначеності параметрів – це приводить до задачі мінімізації енергії виходу, що розв'язується за допомогою H_∞ -теорії. В H_∞ -теорії Дж.С. Дойлом та ін. було доведено, що задача H_∞ -керування може бути вирішена за допомогою розв'язання двох алгебраїчних рівнянь Ріккати [69]. Задача H_∞ -керування може бути розв'язана із застосування нижнього ДЛП до замкненої системи (рис. 3.2) [69].

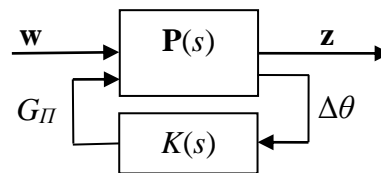


Рисунок 3.2 Структурна схема математичної моделі установки КМД із застосуванням нижнього ДЛП

На рис. 3.2 позначено: \mathbf{w} – вектор входу невизначеностей та \mathbf{z} – вектор виходу невизначеностей тобто вектор похибок, що використовується для контролю якості системи керування (регулятор має мінімізувати даний вектор). Матриця передатних функцій $\mathbf{P}(s)$ являє собою узагальнену математичну модель установки КМД, що включає в себе не тільки модель установки «нагрівач – ММ», а ще й вагові функції, які використовуються для досягнення бажаної якості керування. Структурну схему системи керування установкою КМД [70 – 77] представлено на рис. 3.3.

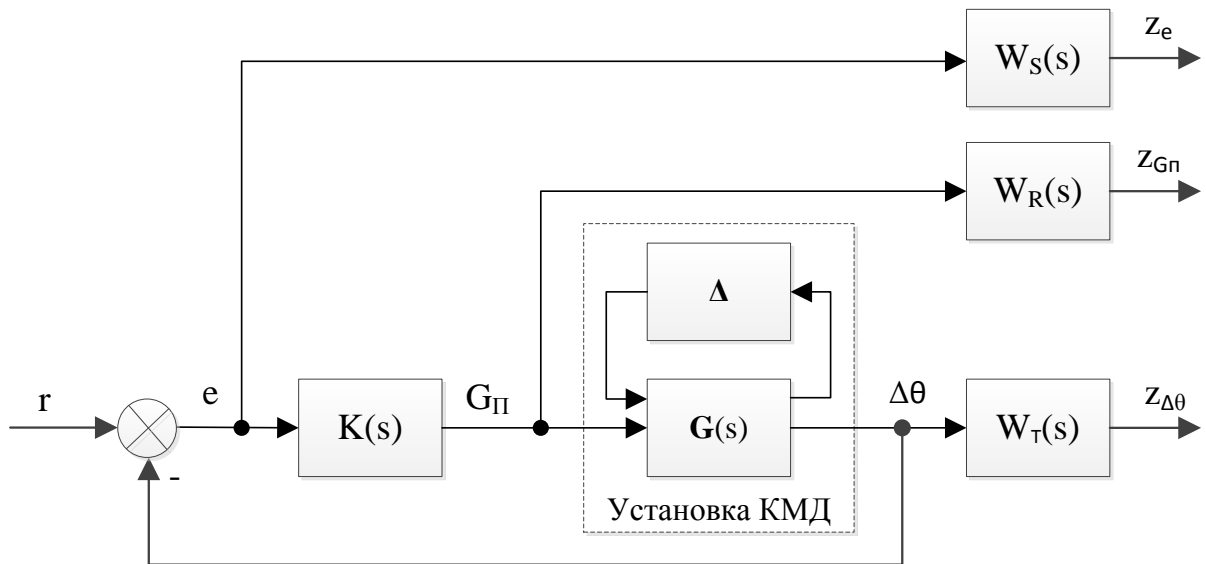


Рисунок 3.3 Структурна схема системи керування установкою КМД

На рис. 3.3 показана узагальнена структурна схема системи керування установкою КМД. Тут $W_S(s)$, $W_R(s)$, $W_T(s)$ – вагові передатні функції за похибкою e , керуючим впливом G_{Π} та перепадом температур розчину і дистилляту $\Delta\theta$; $K(s)$ – робастний регулятор. Оскільки, для ведення процесу КМД необхідно усталений перепад температур на виході ММ то маємо задачу стабілізації тобто завдання регулятору $r = 0$.

Узагальнена математична модель $\mathbf{P}(s)$ (рис. 3.1) має два входи \mathbf{w} та G_{Π} і два виходи $\mathbf{z} = [z_e \ z_{G_{\Pi}} \ z_{\Delta\theta}]^T$ та $\Delta\theta$ і може бути розбита на чотири матриці передатних функцій:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}(s) \\ \Delta\theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(s) \\ G_{\Pi}(s) \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

де розмірність блоків $\mathbf{P}_{ij}(s)$ відповідає вхідним і вихідним векторам та отримується шляхом відповідного розбиття матриці передатних функцій.

Керуючий вплив розраховується у вигляді

$$G_{\Pi}(s) = K(s) \Delta\theta(s). \quad (3.8)$$

Виключаючи з системи рівнянь (3.7) G_{II} та $\Delta\theta$, отримаємо нижнє ДЛП $F_L(\mathbf{P}, K)$, що зв'язує між собою \mathbf{w} та \mathbf{z}

$$\mathbf{P}_{11}(s) + \mathbf{P}_{12}(s)K(s)(I - \mathbf{P}_{22}(s)K(s))^{-1}\mathbf{P}_{21}(s) = F_L(\mathbf{P}, K). \quad (3.9)$$

Перепишемо модель установки КМД (рис. 3.1) в операторній формі із застосуванням нижнього ДЛП

$$\mathbf{z} = F_L(\mathbf{P}, K)\mathbf{w}. \quad (3.10)$$

З іншого боку (3.10) має вигляд

$$\mathbf{z}(s) = \mathbf{T}_{z \rightarrow w}(s)\mathbf{w}(s), \quad (3.11)$$

де матрицю передатних функцій всієї узагальненої системи визначаємо за виразом [77]:

$$\mathbf{T}_{z \rightarrow w}(s) = [\mathbf{I} + K(s)\mathbf{G}(s)]^{-1} \begin{bmatrix} W_e(s) \\ K(s)W_s(s) \\ K(s)\mathbf{G}(s)W_T(s) \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

де \mathbf{I} – одинична матриця.

У виразі (3.12) матриця передатних функцій моделі установки КМД визначається з виразу

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2]. \quad (3.13)$$

Перепишемо (3.11) у вигляді

$$\begin{bmatrix} z_e(s) \\ z_{G\pi}(s) \\ z_{\Delta\theta}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S(s)\mathbf{S}(s) \\ \mathbf{W}_R(s)\mathbf{R}(s) \\ \mathbf{W}_T(s)\mathbf{T}(s) \end{bmatrix} \mathbf{w}(s). \quad (3.14)$$

В рівняннях (3.14) входять наступні матриці передатних функцій:

- від входу невизначеностей процесу $\mathbf{w}(t)$ до похибки слідкування $z_e(t)$ є функцією чутливості

$$\mathbf{S}(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}; \quad (3.15)$$

- від входу невизначеностей процесу $\mathbf{w}(t)$ до керування витратами гріючої пари $z_{G\pi}(t)$ є функцією чутливості до керування

$$\mathbf{R}(s) = \mathbf{K}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}; \quad (3.16)$$

- від входу невизначеностей процесу $\mathbf{w}(t)$ до перепаду температур розчину і дистилляту на виході ММ $z_{\Delta\theta}(t)$ є функцією додаткової чутливості

$$\mathbf{T}(s) = \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}. \quad (3.17)$$

Отже, матрична передатна функція (3.17) встановлює зв'язок між перепадом температур на виході ММ та його бажаним значенням. Матрична передатна функція (3.15) описує перепад температур на виході ММ як функцію входу невизначеностей процесу. Із визначення передатних функцій чутливості та додаткової чутливості відомо [78], що

$$\mathbf{S}(s) + \mathbf{T}(s) = \mathbf{I}. \quad (3.18)$$

Вираз (3.18) являє собою важливу залежність, що вводить обмеження на припустиму якість. Тобто, для слідкування за сигналом керування

(витратами греючої пари) необхідно щоб $\mathbf{S}(s) \rightarrow 0$ і $\mathbf{T}(s) \rightarrow \mathbf{I}$, тобто необхідний великий коефіцієнт підсилення контуру в низькочастотній області. Для того щоб знизити чутливість системи до невизначеностей процесу необхідно утримувати малу величину $\mathbf{T}(s)$ в частотному діапазоні очікуваних невизначеностей в високочастотній області. Тобто необхідний компроміс між мінімізацією функції чутливості і додаткової функції чутливості.

Функції чутливості разом з ваговими функціями широко застосовуються в H_∞ -теорії [78, 79]. Для процесу КМД актуальним є урахування невизначеностей процесу, що з'являються з часом експлуатації ММ. З урахуванням (3.18) можна записати наступні критерії якості у вигляді нерівностей:

- для слідкування похибки

$$\|\mathbf{W}_s(s)\mathbf{S}(s)\|_\infty < 1; \quad (3.19)$$

- для перепаду температур розчину і дистилату на виході ММ

$$\|\mathbf{W}_T(s)\mathbf{T}(s)\|_\infty < 1. \quad (3.20)$$

- для зменшення витрат на керування використовується передатна функція по керуючому впливу $\mathbf{R}(s)$ з відповідними ваговими коефіцієнтом $\mathbf{W}_R(s)$ для обмеження амплітуд вихідного сигналу [78]

$$\|\mathbf{W}_R(s)\mathbf{R}(s)\|_\infty < 1. \quad (3.21)$$

В цьому випадку для мінімізації чутливості системи керування потрібно підтримувати малу величину сигналу керування для того, щоб спостерігаюча система не була в насиченні, не проходило підсилення шуму датчика і не змішувався сигнал збурення з сигналом керування. Так для

випадку одноконтурної системи, щоб мінімізувати чутливість системи, необхідно підтримувати малою додаткову чутливість [80].

Об'єднавши критерії (3.19), (3.20) та (3.21) отримаємо комбінований критерій якості для керування процесом КМД в умовах параметричної невизначеності

$$\left\| \begin{matrix} W_S(s)S(s) \\ W_R(s)R(s) \\ W_T(s)T(s) \end{matrix} \right\|_{\infty} < 1. \quad (3.22)$$

Виходячи з комбінованого критерію (3.22) задачею H_{∞} -оптимізації є пошук такого регулятора $K(s)$ який би знаходив мінімум нескінченної норми у просторі Харді. Причому оптимальний регулятор шукається над множиною всіх регуляторів, що роблять замкнену систему внутрішньо стійкою. Для системи (3.10) H_{∞} -норма у скалярному вираженні кінцева та дорівнює максимальному значенню амплітудно-частотної характеристики. Таким чином, H_{∞} -норма служить мірою підсилення системи. Виходом системи (3.11) є відповідні похибки, а входом невизначеності, що збурюють систему, то мінімізуючи H_{∞} -норму матриці передатних функцій (3.12), мінімізується енергія похибки для найгіршого випадку вхідного збурення, що спричинено невизначеностями процесу КМД.

Слід відзначити, що задача (3.22) не має аналітичного розв'язку. Для її розв'язку застосовується субоптимальний підхід, критерій (3.22) змінюється на

$$\left\| \begin{matrix} W_S(s)S(s) \\ W_R(s)R(s) \\ W_T(s)T(s) \end{matrix} \right\|_{\infty} < \gamma, \quad (3.23)$$

де $\gamma > 0$.

Задача (3.23) на початку розв'язується для досить великих значень γ і при поступовому зменшенні γ знаходиться те мінімальне значення γ при якому можливо знайти розв'язок.

3.2 Синтез H_∞ -регулятора та вибір вагових функцій

Вагові функції, що входять в систему керування установкою КМД (рис. 3.2) та у критерії якості накладають штраф на сигнал слідкування похибки керування, витрати гріючої пари та перепад температур на виході ММ. З приведеної вище постановки задачі, випливає, що для вибору вагових функцій необхідно спочатку оцінити частотні властивості процесу КМД з замкненим контуром. Для попередньої оцінки частотних характеристик системи з замкненим контуром застосовували оптимальний лінійний регулятор [78].

Вагові передатні функції використовують для забезпечення необхідних характеристик якості перехідних процесів за похибками системи та її керуючими впливами [81]. Для компенсації збурень необхідно мати малу похибку e в діапазоні низьких частот, а для забезпечення стійкості і пригнічення високочастотних завад бажано мати мале значення виходу y в високочастотному діапазоні. Для цього похибку e в діапазоні низьких частот потрібно «зважити» з більшою вагою, ніж при високих частотах, тобто амплітуда частотної характеристики $W_S(s)$ повинна зменшуватись при збільшенні частоти ($W_S(s)$ – фільтр низьких частот). Навпаки амплітуда частотної характеристики $W_T(s)$ повинна збільшуватись ($W_T(s)$ – фільтр високих частот). Слід відзначити, що не існує однозначного алгоритму вибору вагових функцій, фактично все зводиться до проб і помилок. Вагові функції знаходили за виразами [78, 79]

$$W_S(s) = \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A}, \quad (3.24)$$

$$W_R(s) = \text{const}, \quad (3.25)$$

$$W_T(s) = \frac{s + \omega_0/M}{As + \omega_0}, \quad (3.26)$$

де $A = 0,001$ – бажана допустима похибка в усталеному режимі; $\omega_0 = 0,04$ – бажана смуга пропускання; $M = 5,4$ – пік чутливості.

На рис. 3.4 представлені амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) вагових передатних функцій

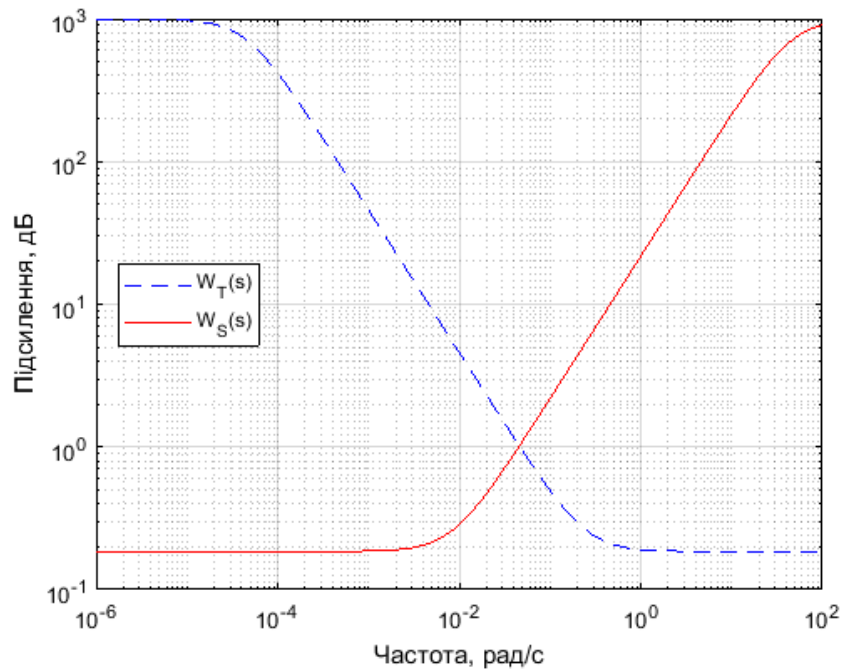


Рисунок 3.4 АЧХ вагових передатних функцій

Завдяки ваговим функціям, що представлені на рис. 3.3 домоглися від системи необхідних фазових та амплітудних складових як на вхідних, так і на вихідних сигналах.

На початку синтезу H_∞ регулятора виконується перевірка умов існування [79]:

- пара векторів \mathbf{D}_{12} і \mathbf{D}_{21} мають повний ранг;
- пари матриць $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_1)$ і $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ повністю керовані;
- пари матриць $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_1)$ і $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ повністю спостережувана;
- матриця $\begin{bmatrix} \mathbf{A} - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{12} \end{bmatrix}$ має повний рядковий ранг, $\forall \omega \in \mathbb{R}$;

- матриця $\begin{bmatrix} \mathbf{A} - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} \end{bmatrix}$ має повний стовпчиковий ранг, $\forall \omega \in \mathbb{R}$.

Процедура H_∞ синтезу полягає у послідовному розв'язку двох рівнянь Ріккати для регулятора і спостерігача [79]. Синтез H_∞ регулятора відбувається зі застосуванням ітераційної процедури, що полягає у пошуку як найменшого параметра $\gamma > 0$. На початку пошуку задається $\gamma > 1$ розв'язується два алгебраїчні рівняння Ріккати.

Для регулятора

$$\mathbf{A}^T \mathbf{x} + \mathbf{x} \mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 - \mathbf{x} \left(\mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T - \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \right) \mathbf{x} = 0, \quad (3.27)$$

і спостерігача

$$\mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{y} \mathbf{A}^T + \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T - \mathbf{y} \left(\mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 - \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{C}_1^T \mathbf{C}_1 \right) \mathbf{y} = 0. \quad (3.28)$$

Оцінка стану має наступний вигляд

$$\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{x} \right) \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_2 G_\Pi + \mathbf{Z} \mathbf{L} (\mathbf{C}_2 \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}). \quad (3.29)$$

де підстановки

$$\mathbf{L} = \mathbf{y}^* \mathbf{C}_2^T; \quad \mathbf{Z} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{y}^* \mathbf{x}^* \right)^{-1}.$$

З ‘*’ позначено розв'язки рівнянь (3.27) і (3.28).

Пошук продовжується доти, поки не буде знайдено мінімальне значення γ якому можливий розв'язок 2-х рівнянь Ріккаті, задоволення критеріям якості (3.23), та умов [79]

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Re} \left\{ \lambda_i \left[\mathbf{A} + \mathbf{y} \left(\frac{1}{\gamma^2} \mathbf{C}_1 \mathbf{C}_1^T - \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 \right) \right] \right\} < 0, \quad \forall i, \\ \operatorname{Re} \left\{ \lambda_j \left[\mathbf{A} + \left(\frac{1}{\gamma^2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T - \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \right) \mathbf{x} \right] \right\} < 0, \quad \forall j, \\ \rho(\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{y}^*) < \gamma^2, \end{array} \right. \quad (3.30)$$

де λ – власні значення системи;

ρ – спектральний радіус.

Субоптимальна ланка зворотного зв'язку визначається виразом [79]

$$\mathbf{K} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_\infty & -\mathbf{ZL} \\ \hline \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{array} \right], \quad (3.31)$$

де підстановки

$$\mathbf{A}_\infty = \mathbf{A} + \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{x}^* + \mathbf{B}_2 \mathbf{F} + \mathbf{ZL} \mathbf{C}_2, \quad \mathbf{F} = -\mathbf{B}_2 \mathbf{x}^*.$$

Після 11-и ітерацій отриманий H_∞ регулятор 4-го порядку з кінцевим значенням $\gamma = 0,64$ (початкове значення $\gamma = 10$). Передатна функція регулятора має вигляд

$$K(s) = \frac{0,6235s^3 + 0,2896s^2 + 0,0417s + 0,0019}{s^4 + 4,491s^3 + 5,694s^2 + 3,796s + 0,5994}. \quad (3.32)$$

Частотні характеристики замкненої системи представлені на рис. 3.5.

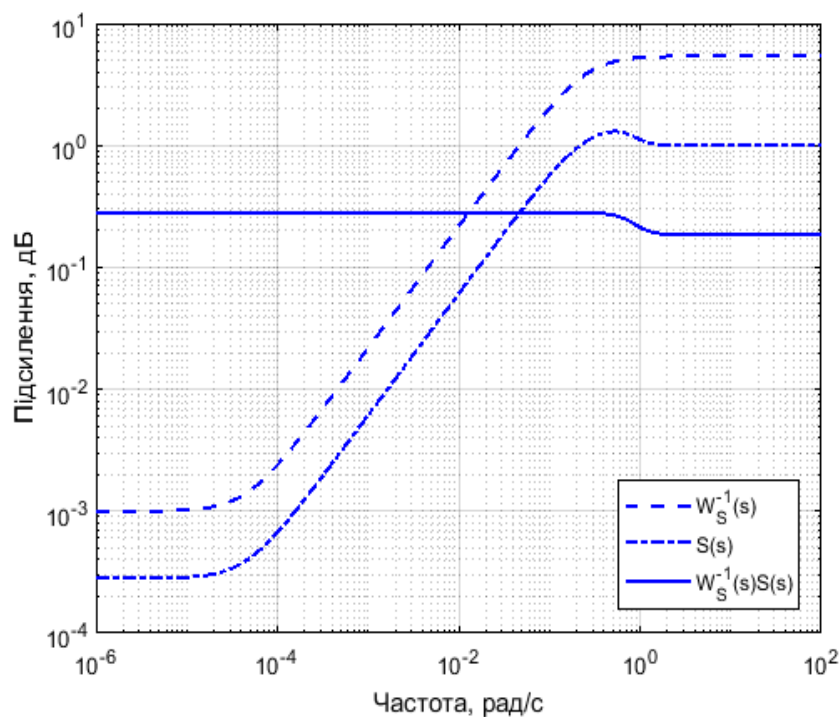


Рисунок 3.5 Частотні характеристики замкненої системи з H_∞ -регулятором

Перехідні процеси за каналом «витрати пари – перепад температур на виході з ММ» представлені на рис. 3.6

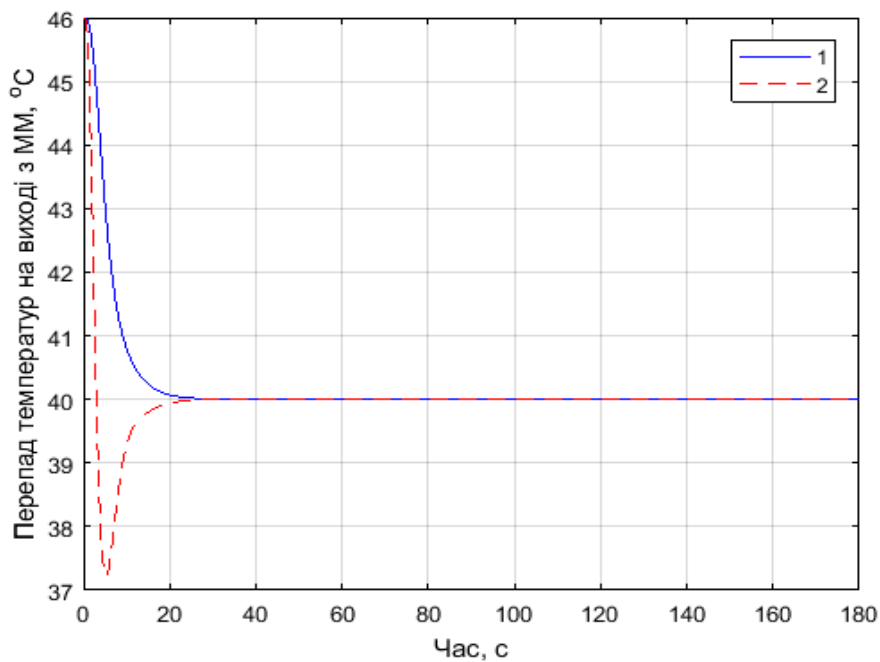


Рисунок 3.6 Перехідні процеси замкненої системи з H_∞ -регулятором за каналом «витрати пари – перепад температур на виході з ММ»
1 – за відсутності невизначеностей; 2 – при максимальному відхиленні параметрів, що спричиняють невизначеність

З рис. 3.6, видно, що замкнена система за відсутності невизначеностей має аперіодичний характер перехідного процесу, а при наявності невизначеності коливний з величиною перерегулювання близько 3 °С. Час перехідного процесу складає трохи більше 20 с.

Розроблені програмні коди (m – файли) в системі MATLAB, що дозволили алгоритмізувати процедуру синтезу робастної системи керування, отримано H_∞ -регулятор для процесу КМД.

Для аналізу якості та стійкості робастної системи керування застосовується структуроване сингулярне число μ .

Робастна стійкість системи з H_∞ регулятором представлена на рис. 3.8, а робастна якість на 3.9.

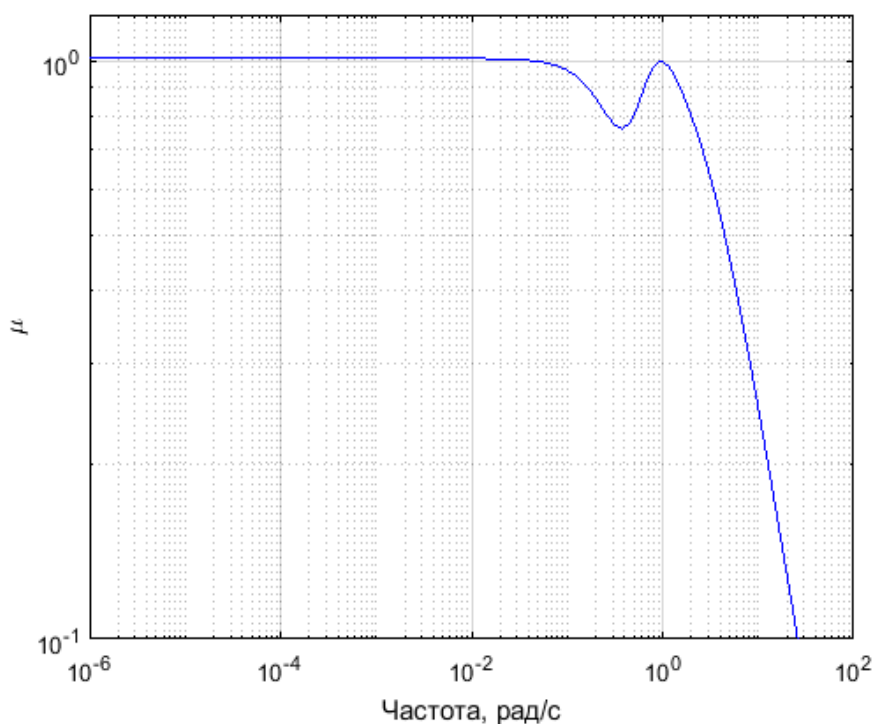


Рисунок 3.7 Робастна стійкість замкненої системи з H_∞ -регулятором

З рис. 3.7 видно, що робастна стійкість замкненої системи керування з H_∞ регулятором становить 0,98.

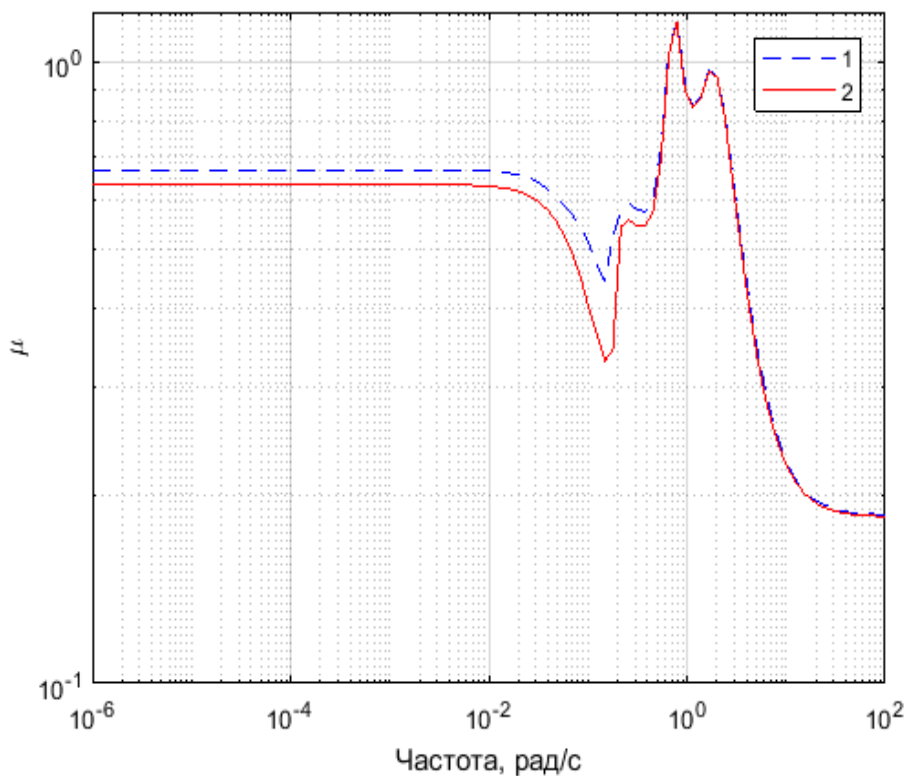


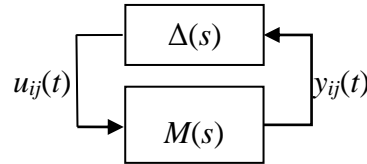
Рисунок 3.8 Робастна якість замкненої системи з H_∞ -регулятором 1, 2 – верхня і нижня межа структурованого сингулярного числа μ

З рис. 3.8 видно, що робастна якість замкненої системи керування з H_∞ регулятором становить 1,08.

3.3 Синтез μ регулятора для керування процесу КМД

Система керування, що розроблена на базі H_∞ оптимізації в нашому випадку дає надійну стійкість проти параметричних збурень та недостатню якість. Для досягнення більш надійної робастної стійкості та якості застосовувався метод, що базується на структурованому сингулярному числі μ , значення якого використовується для аналізу робастності [82, 83].

Для того щоб скористатися технологією μ – синтезу математичну модель, представлено у вигляді дробово-лінійного перетворення. Верхнє ДЛП представлено в так звану M - Δ – конфігурацію.

Рисунок 3.9 Зведення до M - Δ – конфігурації

На рис. 3.9 показано те, що матриця $\mathbf{M}(s)$ детально відображає $\mathbf{M}(\mathbf{P}, K)$, яка сформована $\mathbf{M}_{ij}(s)$ в залежності від $\mathbf{P}_{ij}(s)$ та $K(s)$. На основі M - Δ – конфігурації визначалося структуроване сингулярне число $\mu_{\Delta}(M)$

$$\mu_{\Delta}^{-1}(\mathbf{M}) = \min_{\Delta \in \bar{\Delta}} \left\{ \bar{\delta}(\Delta(j\omega)) : \det(\mathbf{I} - \mathbf{M}(j\omega)\Delta(j\omega)) = 0 \right\}, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.33)$$

де $\bar{\Delta}$ – множина матриць $\Delta(j\omega)$, що задовольняє вираз (3.31) та визначається в залежності від матриці перетворень $\mathbf{M} \in \mathbf{C}^{n \times n}$ і має наступний вигляд

$$\bar{\Delta} = \left\{ \text{diag} \left[\delta_1 \mathbf{I}_{r_1}, \dots, \delta_s \mathbf{I}_{r_s}, \Delta_{m_1}, \dots, \Delta_f \right] : \delta_i \in \mathbf{C}, \Delta_j \in \mathbf{C}^{r_i \times m_j} \right\}, \quad (3.34)$$

де $\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=1}^f m_j = n$, де n – розмірність блоку $\Delta(j\omega)$.

Для оцінки робастної стійкості замкненої системи застосовувався критерій

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu \left[\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega)) \right] < 1, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad (3.35)$$

а робастної якості

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu \left[\mathbf{G}(j\omega) \right] < 1, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad (3.36)$$

Матрична ланка зворотного зв'язку визначалася за виразом

$$\inf_{K(s)} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu[\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))], \quad \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.37)$$

Скористалися стандартною процедурою D-K – ітерацій, що дає змогу мінімізувати структуроване сингулярне число μ за допомогою покрокового застосування процедури H_∞ – синтезу для знаходження оптимального регулятора $K(j\omega)$ та подальшого поліпшення отриманого рішення завдяки оптимальному вибору масштабувальних передатних функцій $\mathbf{D}(j\omega)$, які дозволяють скоригувати частотні властивості каналів керування.

Метод D-K ітерацій в пакеті MATLAB відбувається в інтерактивному режимі, на кожній ітерації на екрані відображається значення (3.36). Виходячи з питання робастної стійкості, використовувалася діагональна матриця масштабування $\mathbf{D}(j\omega)$, така що комутує з $\Lambda(j\omega)$, тобто

$$\Lambda(j\omega): \Lambda(j\omega)\mathbf{D}(j\omega) = \mathbf{D}(j\omega)\Lambda(j\omega). \quad (3.38)$$

При застосуванні технології μ – синтезу за допомогою методу D-K ітерацій вирішується наступна задача оптимізації для матричної ланки $K(s)$ та діагональної матриці \mathbf{D}

$$\inf_{K(s)} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \inf_{\mathbf{D} \in \bar{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))\mathbf{D}^{-1}], \quad \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad (3.39)$$

де $\bar{\mathbf{D}}$ – множина матриць комутуваних з $\Lambda(j\omega)$. Тобто підбиралася така матриця \mathbf{D} , що

$$\mu[\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))] \leq \inf_{\mathbf{D} \in \bar{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))\mathbf{D}^{-1}], \quad \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.40)$$

З рахуванням (3.39) стійкість регулятора визначається виразом

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \inf_{\mathbf{D} \in \bar{\mathbf{D}}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))\mathbf{D}^{-1}] < 1, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.41)$$

В методі D-K ітерацій по черзі виконуються мінімізація (3.39) та зниження значення (3.40), що виконуються послідовно для K і D кроків.

Для фіксованої матриці \mathbf{D} , обчислюється (3.39) стандартна задача H_∞ оптимізації має вигляд

$$\inf_{K(s)} \left\| \mathbf{D} \mathbf{M}(\mathbf{P}(s), K(s)) \mathbf{D}^{-1} \right\|_\infty, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad (3.42)$$

та додатково розраховується

$$\inf_{K(s)} \left\| \mathbf{D} F_L(\mathbf{P}(s), K(s)) \mathbf{D}^{-1} \right\|_\infty = \inf_{K(s)} \left\| F_L(\tilde{\mathbf{P}}(s), K(s)) \right\|_\infty, \quad (3.43)$$

де $\tilde{\mathbf{P}}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{P}(s) \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$ разом з блоком \mathbf{P} .

Для фіксованого значення $K(s)$, $\inf_{D \in \mathcal{D}} \bar{\sigma}[\mathbf{D} \mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega)) \mathbf{D}^{-1}]$, $\forall \omega \in \mathbb{R}$, розв'язується задача оптимізації

$$\mathbf{D}(j\omega) = \arg \inf_{D \in \mathcal{D}} \bar{\sigma}[\mathbf{D}(j\omega) F_L(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega)) \mathbf{D}^{-1}(j\omega)], \quad \forall \omega \in \mathbb{R} \quad (3.44)$$

Покрокове виконання D-K ітерацій μ – синтезу

1. На початку задається початкова матриця $\mathbf{D}(j\omega)$, як одинична, тобто $\mathbf{D} = \mathbf{I}$;
2. Для фіксованої матриці $\mathbf{D}(j\omega)$ вирішується задача H_∞ оптимізації

$$K(s) = \arg \inf_{K(s)} \left\| F_L(\tilde{\mathbf{P}}(s), K(s)) \right\|_\infty, \quad \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.45)$$

3. Для фіксованого $K(s)$, що визначена на попередньому етапі вирішується задача мінімізації H_∞ - норми на кожній фіксованій частоті за фіксованої матриці $\mathbf{M}(\mathbf{P}(j\omega), K(j\omega))$ розв'язується задача (3.43).

Після 4-х ітерацій отриманий μ регулятор 9-го порядку. Слід відзначити, що в узагальнену модель об'єкту, що використовується в μ -синтезі, куди входять вагові передатні функції і матриці масштабувальних передатних функцій, це призводить до збільшення розмірності моделі системи та розмірності регулятора $K(s)$. У зв'язку з цим виникає задача зниження розмірності регулятора. Дана задача вирішується за методом оптимальної апроксимації за допомогою ганкелевої норми.

Як відомо [78], ганкелеву норму стійкої системи (3.13) $\mathbf{G}(s)$ визначають як

$$\|\mathbf{G}(s)\|_H = \sqrt{\rho \mathbf{PQ}}, \quad (3.46)$$

де ρ – спектральний радіус (3.30);

\mathbf{P}, \mathbf{Q} – граміан керованості і спостережуваності відповідно.

Граміани керованості і спостережуваності для керованої і спостережуваної системи знаходились з відповідних рівнянь Ляпунова [78]

- для граміана керованості

$$\mathbf{PA}^T + \mathbf{AP} + \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T = 0, \quad (3.47)$$

- для граміана спостережуваності

$$\mathbf{QA} + \mathbf{A}^T \mathbf{Q} + \mathbf{C}_2^T \mathbf{C}_2 = 0. \quad (3.48)$$

Якщо початкова система $\mathbf{G}(s)$ має порядок n , а апроксимована – $r < n$, то задача зводиться до знаходження моделі $\mathbf{G}^g(s)$, що мінімізує ганкелеву норму:

$$\mathbf{G}^g(s) = \arg \min_{\mathbf{G}^g(s) \in \bar{\mathbf{G}}^g(s)} \|\mathbf{G}(s) - \mathbf{G}^g(s)\|_H. \quad (3.49)$$

де $\bar{\mathbf{G}}^g(s)$ – множина стійких моделей порядку g .

Розмірність отриманого регулятора 9 порядок, а апроксимованого за (3.49) 4-й. Точність за ганкелевою нормою становить 10^{-9} при цьому помилка між номінальним і редукованим регулятором нульова. Отримані результати моделювання в середовищі MATLAB, розроблені відповідні m-файли. Передатна функція регулятора має вигляд

$$K(s) = \frac{0,003595s^4 + 0,7392s^3 + 2,36s^2 + 0,113s + 0,001957}{s^4 + 4,459s^3 + 6,5s^2 + 3,428s + 2,743}. \quad (3.50)$$

Частотні характеристики замкненої системи представлені на рис. 3.10.

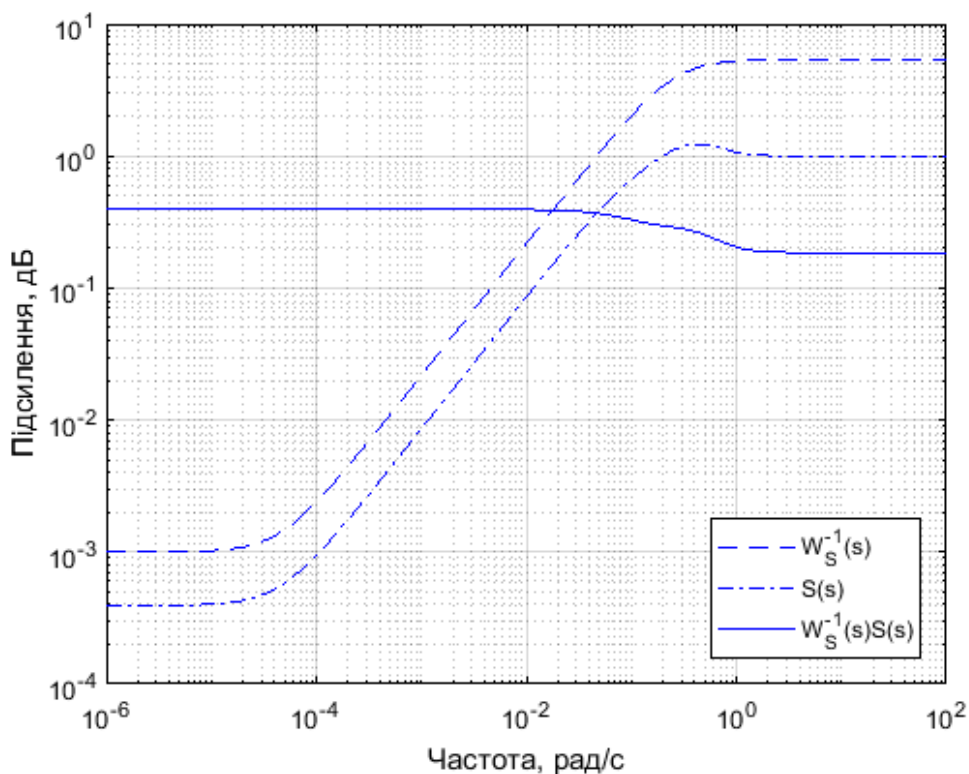


Рисунок 3.10 Частотні характеристики замкненої системи з μ -регулятором

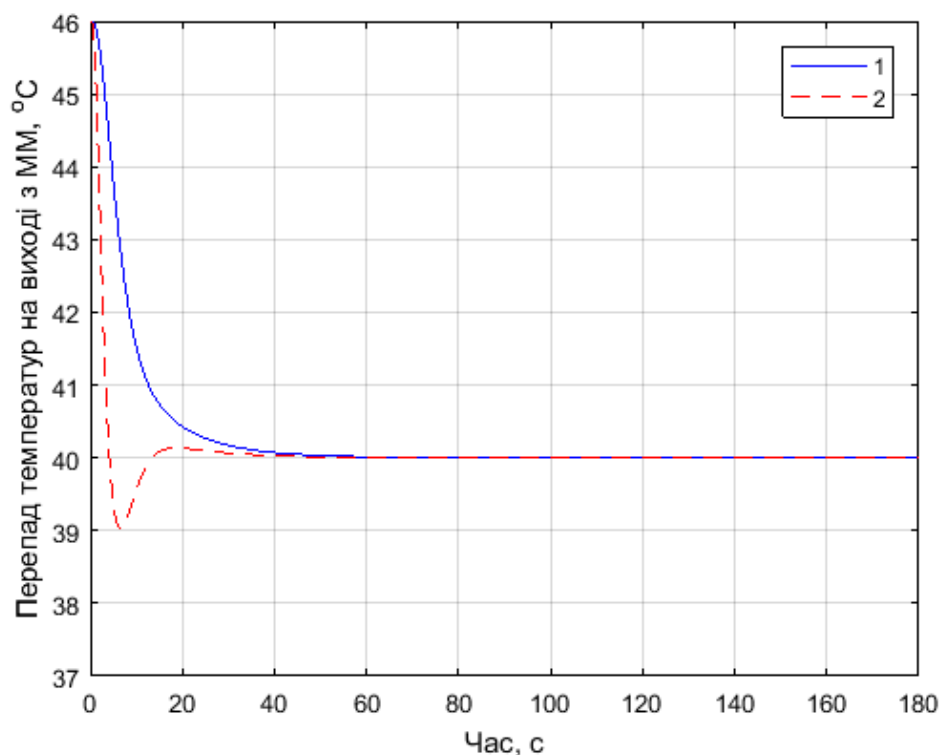


Рисунок 3.11 Перехідні процеси замкненої системи з μ -регулятором за каналом «витрати пари – перепад температур на виході з ММ»
1 – за відсутності невизначеностей; 2 – при максимальному відхиленні параметрів, що спричиняють невизначеність

З рис. 3.11, видно, що замкнена система за відсутності невизначеностей має аперіодичний характер перехідного процесу, а при наявності невизначеності коливний з величиною перерегулювання близько 1 °C. Час перехідного процесу складає приблизно 40 с.

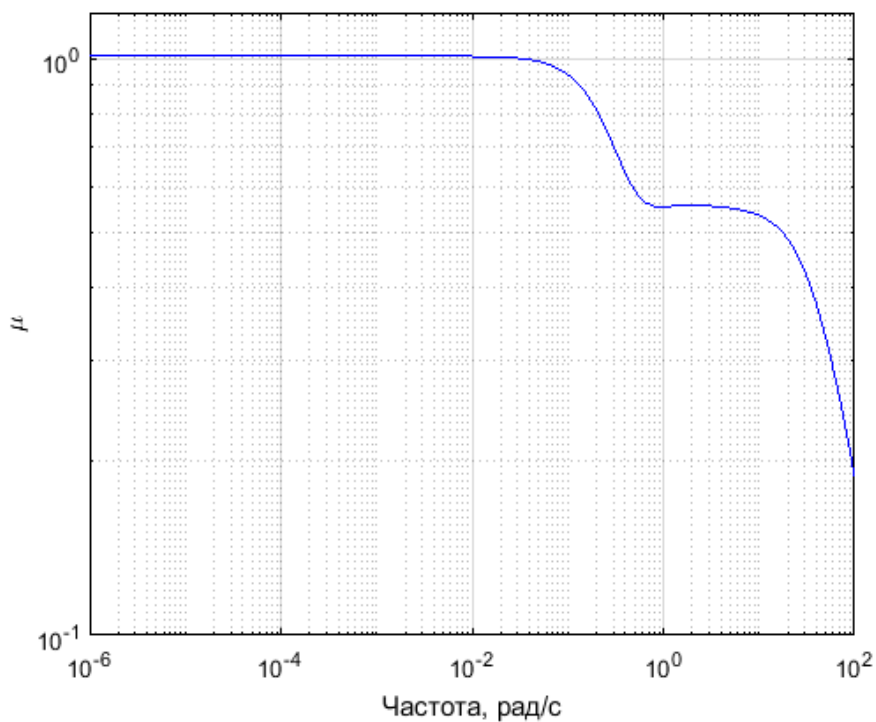


Рисунок 3.12 Робастна стійкість замкненої системи з μ -регулятором

З рис. 3.12 видно, що робастна стійкість замкненої системи керування з μ регулятором становить 0,91, що задовольняє критерію (3.35).

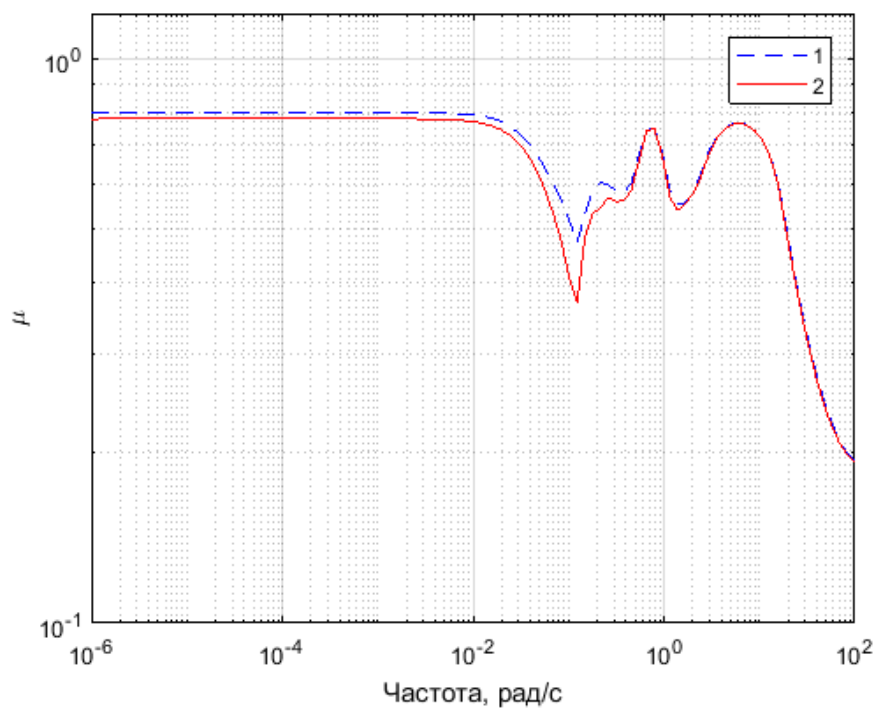


Рисунок 3.13 Робастна якість замкненої системи з μ -регулятором
1, 2 – верхня і нижня межа структурованого сингулярного числа μ

З рис. 3.13 видно, що робастна якість замкненої системи керування з μ регулятором становить 0,9, що задовольняє критерію (3.36).

Для обох регуляторів початкове значення $\gamma = 10$, а кінцеве для H_∞ регулятора становить 0,64; для μ регулятора 0,62.

Було синтезовано μ регулятор порядку 9 з кінцевим значенням $\gamma = 0,62$, робастними: стійкістю – 0,91 і якістю – 0,9.

Виникла задача реалізація автоматичної системи керування процесу КМД і розробки автоматичної системи керування.

3.4 Висновки до розділу 3

1. На основі спрощеної математичної моделі розроблена оптимальна система керування процесу контактної мембранної дистиляції, яка показала втрату якості і вихід на межу стійкості при зміні термічного опору на поверхні мембрани та її пористості.
2. Проведений аналіз та вибір вагових функцій для синтезу робастних регуляторів з метою забезпечення якості на низьких частотах і стійкості в високочастотній області.
3. Розроблена система керування процесу контактної мембранної дистиляції в умовах параметричної невизначеності з H_∞ регулятором, яка забезпечує робастну стійкість 0,98, але не забезпечує необхідну робастну якість 1,08.
4. Синтезована система керування з μ регулятором, який забезпечив задані динамічні характеристики системи при слабкій чутливості до зміни параметрів мембрани. Робастна стійкість системи керування становить 0,91, а робастна якість 0,90.

РОЗДІЛ 4

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ І РЕЗУЛЬТАТИ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ І АЛГОРИТМІВ ОПТИМАЛЬНОГО РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

В даному розділі розглядається задача практичного застосування математичної моделі процесу контактної мембранної дистиляції, яка враховує невизначеності процесу, що пов'язані зі зміною стану мембрани в процесі роботи установки. Математична модель процесу КМД, розроблені алгоритми оптимального робастного керування реалізовані у вигляді програмного модуля «Моделювання і оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції». Для перевірки дієздатності програмного модуля необхідно проводити дослідження в умовах, наближених до реальних. В результаті цього виникла необхідність дослідження роботи програмного модуля моделі і алгоритмів керування на лабораторній установці.

У зв'язку з забрудненням мембрани і зміни гідрофільно-гідрофобного балансу нормальний цикл роботи установки КМД включає нормальний режим роботи, очистку мембрани і заміну мембрани. Очистка і заміна мембрани необхідні для ефективного протікання процесу. Як тільки мембрана стає забрудненою, продуктивність її по потоку пари зменшується. Виникла необхідність системи контролю якості мембрани. І крім неперервної математичної моделі процесу КМД з зосередженими параметрами застосовується дискретна модель для визначення параметрів погіршення властивостей мембрани і зміни потоку пари через мембрану.

4.1 Дослідження процесу контактної мембранної дистиляції

Розроблена математична модель процесу КМД, що враховує переніс тепла через полімерну структуру мембрани та з потоком пари розчинника. Для процесу КМД характерні нелінійні ефекти при тепломасопереносі. Зміна стану поверхні мембрани, внаслідок кристалізації солей з гарячої сторони мембрани, впливає на термічний опір забруднень і на коефіцієнт теплопередачі. При опису дифузії градієнт температур, температура розчину нелінійно впливає на потік пари через мембрану. При дослідженні складного процесу тепломасопереносу в мембранах вважали, що нехтувати нелінійними залежностями недоцільно. Тому виникає необхідність перевірки відповідності отриманої математичної моделі експериментальним даним.

Для перевірки та подальшого використання математичної моделі процесу КМД з метою керування, проведені експериментальні дослідження процесу на лабораторній установці КМД-10 в лабораторії мембранних процесів Національного університету «Києво-Могилянська академія».

4.2 Опис схеми лабораторної установки КМД-10

Експериментальні дослідження процесу контактної мембранної дистиляції проводились на лабораторній установці, схема якої представлена на рис. 4.1. На установці проводились дослідження по визначенню зміни температур розчину та дистиляту на виході з мембранного модуля. Було використано мембранний модуль плоскокамерного типу з мембраною МФФК-4.

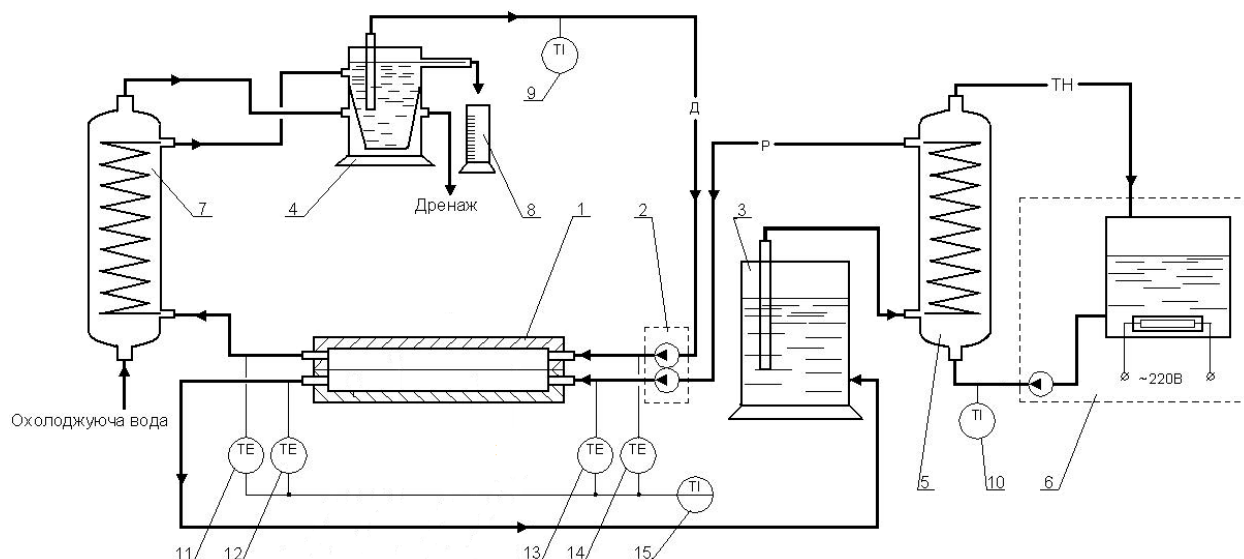


Рисунок 4.1 Схема лабораторної установки для дослідження процесу КМД
 1 – мембранна комірка; 2 – перистальтичний насос; 3 – збірна ємність розчину; 4 – збірна ємність дистилату; 5 – нагрівач; 6 – термостат; 7 – холодильник; 8 – мірна посудина; 9, 10 – ртутний термометр;
 11 – 14 – термопари; 15 – термоперетворювач

Гарячий розчин за допомогою перистальтичного насосу 2 із збірної ємності 3 подавався до мембранного модуля 1. За допомогою змієвикового нагрівача 5 розчин підігрівався до потрібної температури. До мембранного модуля також подавався дистилат із збірної ємності 4. Після мембранного модуля дистилат потрапляв у змієвиковий холодильник 7, звідки зливався у ємність 4. Температура води на вході в мембранний модуль підтримувалась постійною. Температура розчину і дистилату на вході і виході з мембранного модуля вимірювалась за допомогою хромель-копелевих термопар 11 – 14 і цифрового багатоканального термоперетворювача ТСПІ-100 19.

4.3 Методика проведення експерименту

Методика проведення експериментальних досліджень по зняттю динамічних характеристик процесу КМД полягала в тому, що на лабораторній установці встановлювався заданий режим роботи, який характеризувався стабільними параметрами процесу, такими як: швидкість

розчину та дистилляту; температура на вході і виході ММ. Перед початком дослідження динамічних властивостей ММ проводились експерименти для перевірки достовірності показань та наладки установки зокрема: перевірялась правильність показань вимірювання температури за допомогою термопар та багатоканального вторинного приладу ТСП – 100 з класом точності 0,05 та інших вимірювальних приладів і виконавчих механізмів. При проведенні дослідів прийняті наступні методологічні положення:

- проведення налагоджувальних, основних і контрольних дослідів;
- дублювання вимірів основних величин;
- дотримання стабільності всіх вимірюваних величин під час досліду;
- повторне проведення досліду без зміни режиму роботи установки.

В дослідах по зняттю динамічних характеристик використали дослідне збурення ступінчатої форми, при цьому перевірялось виконання принципу суперпозиції і лінійності динамічних властивостей мембранного модуля.

Межі зміни основних вхідних параметрів складали:

- температура розчину – в діапазоні 60,...,90 °С;
- витрати розчину – 5 мл/с;
- температура дистилляту – 20 °С;
- потужність нагрівача – 20,...,60 Вт.

Ступінчаті тестові сигнали, що використовуються для дослідження мембранної комірки, мали значну амплітуду. Внаслідок чого, об'єкт виявлявся у нелінійній області. Характеристики об'єкта, що визначені у перехідних умовах, відрізнятися від характеристик в усталеному режимі роботи. Тому перед проведенням досліджень по зняттю динамічних характеристик аналізували статичні залежності температури розчину мембранної комірки на виході ММ від температури розчину на вході в мембранну комірку.

Досліди по зняттю перехідних характеристик за каналами «температура розчину на вході у ММ – температура розчину на виході з ММ» проводилася наступним чином: аналізуючи графік зміни температури

на виході модуля, коли на невеликому відрізку часу температура розчину на виході модуля залишалася сталою, вводилося випробувальне збурення на термостаті, величиною 20°C , після чого проводилася реєстрація температури розчину на виході з мембранної комірки та на вході в мембранну комірку. Закінчення перехідного процесу визначалося тоді, коли температура розчину залишалася сталою. При проведенні дослідів амплітуду дослідних впливів обирали такою, щоб максимальна температура розчину не перевищувала 90°C для запобігання пошкодженню мембрани.

Перистальтичний насос дозволив змінювати швидкість подачі розчину в діапазоні 1,2,...,5 мл/с. температура розчину змінювалась в діапазоні $60, \dots, 80^{\circ}\text{C}$, потужність нагрівача 20,...,50 Вт. Температура дистилату на вході в мембранний модуль забезпечувалась 20°C . При знятті перехідних характеристик використовували збурення ступінчатої форми.

Слід зазначити, що зняти перехідну характеристику по каналу “температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ” неможливо, тому що перед подачею до ММ розчин підігрівається у змійовиковому нагрівачі. Тому для отримання перехідних характеристик ММ за каналом “температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ” знімали перехідні характеристики по каналам: “потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ”, “потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ”.

4.4 Обробка експериментальних даних

Для визначення передатної функції каналу “температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ” представимо масив ординат (вимірів) за каналом “потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ” та “потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ” у вигляді ланцюжка аперіодичних ланок першого порядку [86]. Дана апроксимуюча структура застосовується тому, що

перехідні процеси в нагрівачі та ММ мають суто аперіодичний характер. Такий підхід дозволяє об'єднати в одному алгоритмі як процес згладжування так і власне процес ідентифікації.

Для зменшення кількості змінних, що підлягають визначенню використаємо нормовану до одиничного коефіцієнту передачі апроксимуючу передатну функцію вигляду

$$W(s) = \frac{1}{(Ts + 1)^n}, \quad (4.1)$$

де n – кількість аперіодичних ланок першого порядку;

T – стала часу;

s – змінна Лапласа.

Зображення за Лапласом перехідної характеристики, що відповідає формулі (4.1),

$$\bar{\theta}(s) = \frac{1}{(Ts + 1)^n s}. \quad (4.2)$$

Розкладемо праву частину рівняння (4.2) на елементарні доданки:

$$\frac{1}{(Ts + 1)^n s} \equiv \frac{A_0}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{(Ts + 1)^i}. \quad (4.3)$$

Визначення коефіцієнтів почнемо з A_n . Для цього множимо (4.3) на $(Ts + 1)^n$.

Отримуємо

$$\frac{1}{s} \equiv \frac{A_0}{s} (Ts + 1)^n + \sum_{i=1}^n A_i (Ts + 1)^{n-i}$$

Якщо $Ts + 1 = 0$, тобто якщо $s = -1/T$, то маємо

$$A_n = \frac{1}{s} \Big|_{s=-\frac{1}{T}} = -T.$$

Перенесемо доданок з A_n в ліву частину виразу (4.3):

$$\frac{1}{(Ts+1)^n s} + \frac{1}{(Ts+1)^n} \equiv \frac{A_0}{s} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{A_i}{(Ts+1)^i}.$$

Зводимо ліву частину до спільного знаменника та скорочуємо на $Ts + 1$:

$$\frac{1}{(Ts+1)^{n-1} s} \equiv \frac{A_0}{s} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{A_i}{(Ts+1)^i}. \quad (4.4)$$

Множимо співвідношення (4.4) на $(Ts+1)^{n-1}$:

$$\frac{1}{s} \equiv \frac{A_0}{s} (Ts+1)^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} A_i (Ts+1)^{n-i-1},$$

звідки, якщо $s = -1/T$, маємо

$$A_i = -T, \quad i=1, \dots, n-1.$$

Коефіцієнт A_0 , якщо вираз (4.3) помножити на s , а потім s покласти рівним нулю, буде

$$A_0 = 1.$$

Отже,

$$\bar{\theta}(s) = \frac{1}{s} - T \sum_{i=1}^n \frac{1}{(Ts+1)^i}. \quad (4.5)$$

Перепишемо вираз (4.5):

$$\bar{\theta}(s) = \frac{1}{s} - \sum_{i=1}^n T^{1-i} \left(s + \frac{1}{T} \right)^{-i}. \quad (4.6)$$

Виконавши зворотнє перетворення Лапласа над (4.6) остаточно маємо

$$\theta(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{t}{T} \right)^i \frac{1}{i!}. \quad (4.7)$$

Невідомими параметрами в виразі (4.7) є n та T . Для оптимального визначення параметрів запишемо квадратичний критерій якості

$$J = \min_{\substack{n \in Z, \\ T \in R_+}} \sum_{i=1}^N [\theta_i - \theta(t_i)]^2, \quad (4.8)$$

де θ_i – нормовані до одиниці ординати виміряних температур;

$\theta(t_i)$ – апроксимуюча перехідна характеристика;

t_i – i -й моменти часу (моменти часу вимірювання), с;

N – кількість вимірів;

Z – множина натуральних чисел;

R_+ – множина додатних дійсних чисел.

Запишемо необхідну умову оптимальності (4.8)

$$\nabla J = 0. \quad (4.9)$$

Умова (4.9) призводить до нелінійної системи рівнянь, які неможливо розв'язати аналітично, тому задача (4.8) розв'язується оптимальним підбором параметрів [85]. Алгоритм оптимізації наступний: для кожного заданого значення n варіюється значення T та розраховується значення критерію (4.8) оптимальними параметрами є ті значення де критерій досягає свого мінімального значення.

Аналізуючи динаміку перехідного процесу за експериментальними даними визначаємо межі зміни параметрів, що підлягають визначенню.

Для перехідного процесу за каналом «потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ» стала часу може змінюватись від 15τ до 25τ , де $\tau = 10$ – інтервал часу вимірювання, с; крок перебору складає 0,1 с. Так як термостат має ємнісне запізнювання, початкову кількість ланок в (4.1) приймемо 3, а кінцеву 10.

Значення критерію оптимальності (4.8) для каналу «потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ» представлено на рис. 4.2.

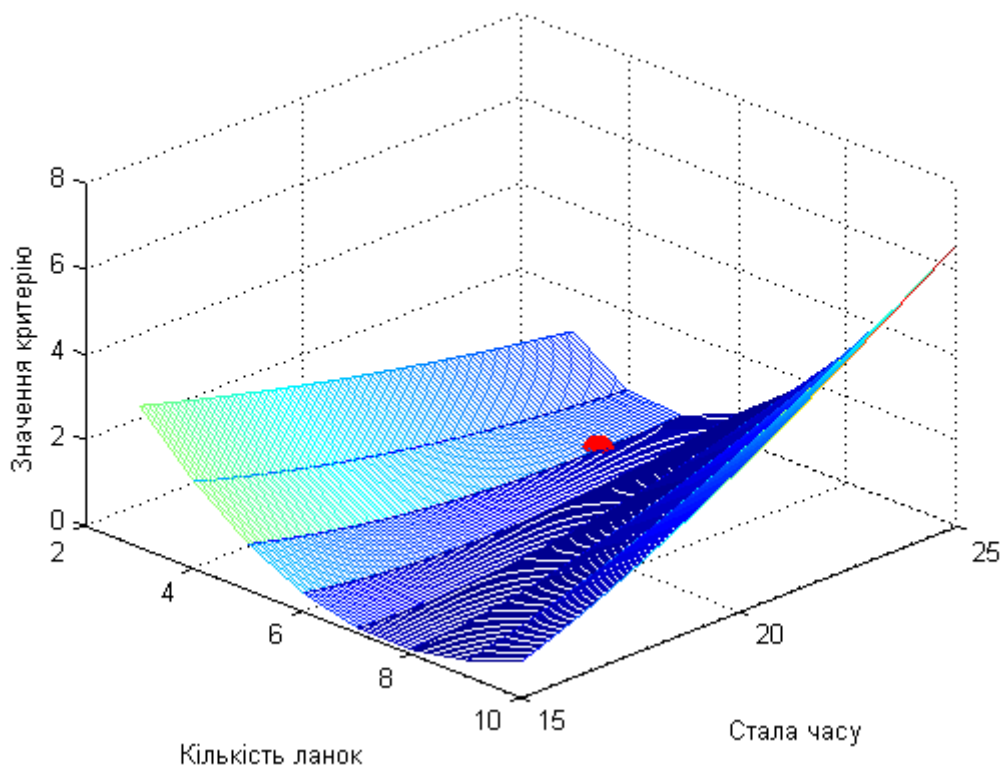


Рисунок 4.2 Значення критерію оптимальності за каналом «потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ»

На рис. 4.2 видно, діапазони можливих змін параметрів охоплюють мінімум критерію (4.8), що позначений на рисунку червоною точкою значення якого становить 0,062. Оптимальні значення сталої часу та кількості ланок, що задовольняє мінімуму критерію (4.8) дорівнюють 23 с та 5 ланок відповідно. Відповідна нормована передатна функція має наступний вигляд

$$W(s) = \frac{1}{(23s + 1)^5}. \quad (4.10)$$

Коефіцієнт передачі передатної функції (4.10) обчислений за експериментальними даними становить 7,6.

Для побудови перехідного процесу (4.10) скористаємось принципом суперпозиції. Перехідний процес та візуалізація експериментальних даних представлено на рис. 4.3.

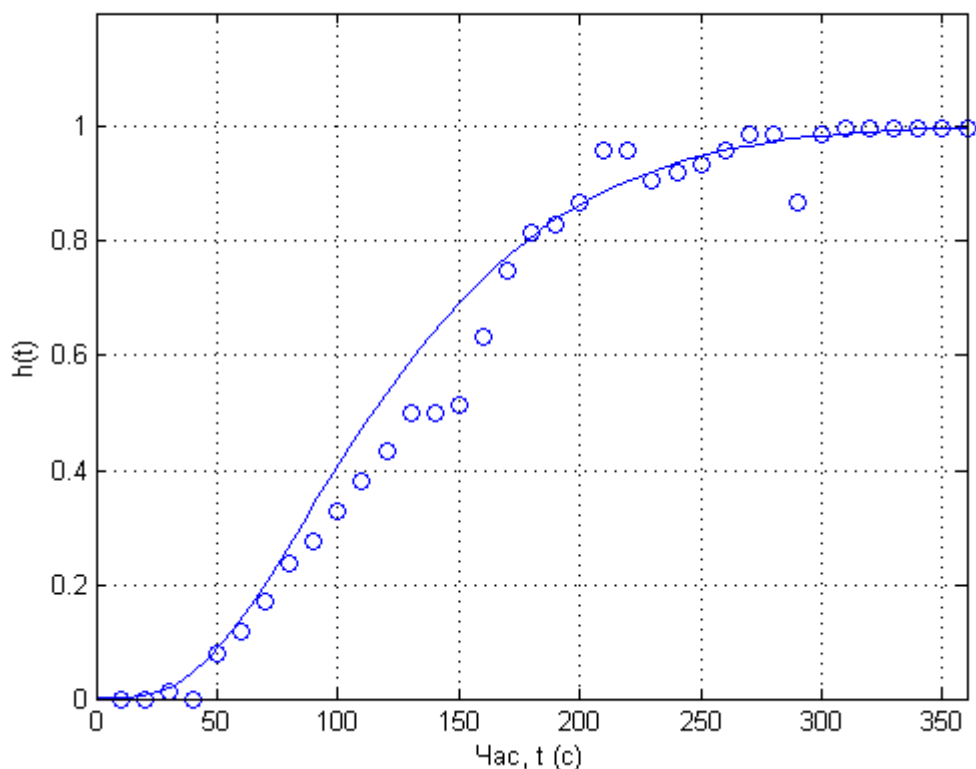


Рисунок 4.3. Перехідний процес та візуалізація експериментальних даних за каналом «потужність нагрівача в термостаті – температура розчину на вході в ММ»

З рис. 4.3 видно, що апроксимуюча перехідна характеристика досить близько прилягає до експериментальних даних.

Для перехідного процесу за каналом «потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ» стала часу як і за попереднім каналом може змінюватись від 15τ до 25τ , де $\tau = 10$ – інтервал часу вимірювання, с; крок перебору складає 0,1 с. Виходячи з того, що розширений об'єкт «термостат – ММ» має більше ємнісне запізнювання, то в початкову кількість ланок в (4.1) приймемо рівній (4.10) тобто 5, а кінцеву залишимо 10.

Значення критерію оптимальності (4.8) для каналу «потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ» представлено на рис. 4.4.

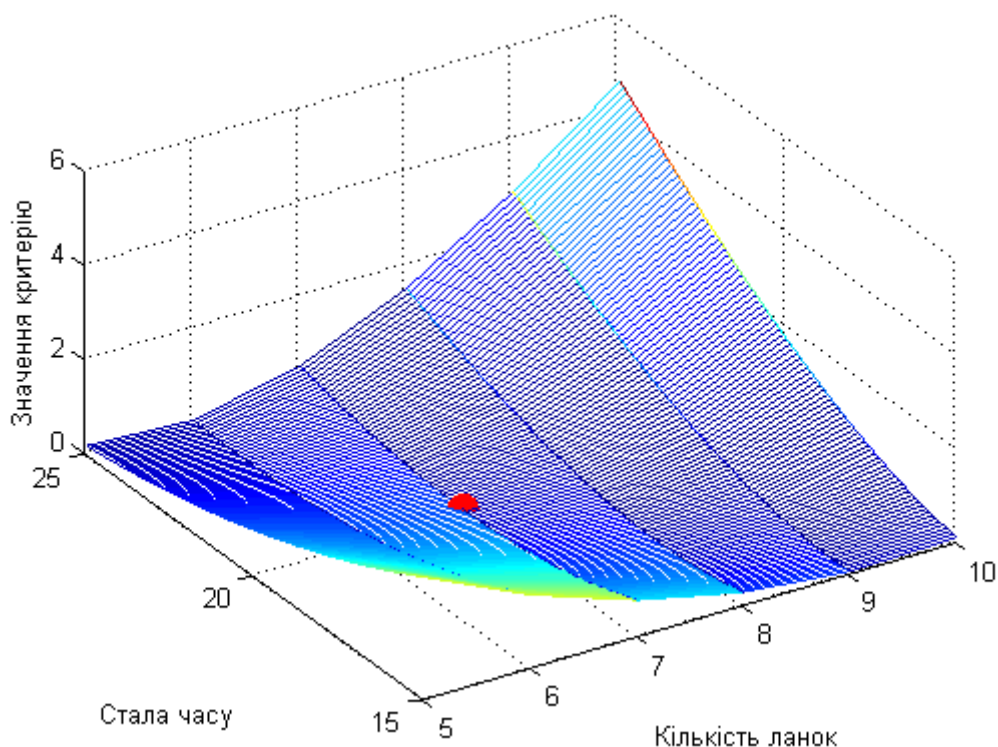


Рисунок 4.4. Значення критерію оптимальності за каналом «потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ»

На рис. 4.4 видно, діапазони можливих змін параметрів охоплюють мінімум критерію (4.8), що позначений на рисунку червоною точкою значення якого становить 0,037. Оптимальні значення сталої часу та кількості ланок, що задовольняє мінімуму критерію (4.8) дорівнюють 20,1 с та 7 ланок відповідно. Відповідна нормована передатна функція має наступний вигляд

$$W(s) = \frac{1}{(20,1s + 1)^7}. \quad (4.11)$$

Коефіцієнт передачі передатної функції (4.11) обчислений за експериментальними даними становить 8,0.

Для побудови перехідного процесу (4.11) скористаємось принципом суперпозиції. Перехідний процес та візуалізація експериментальних даних представлено на рис. 4.5.

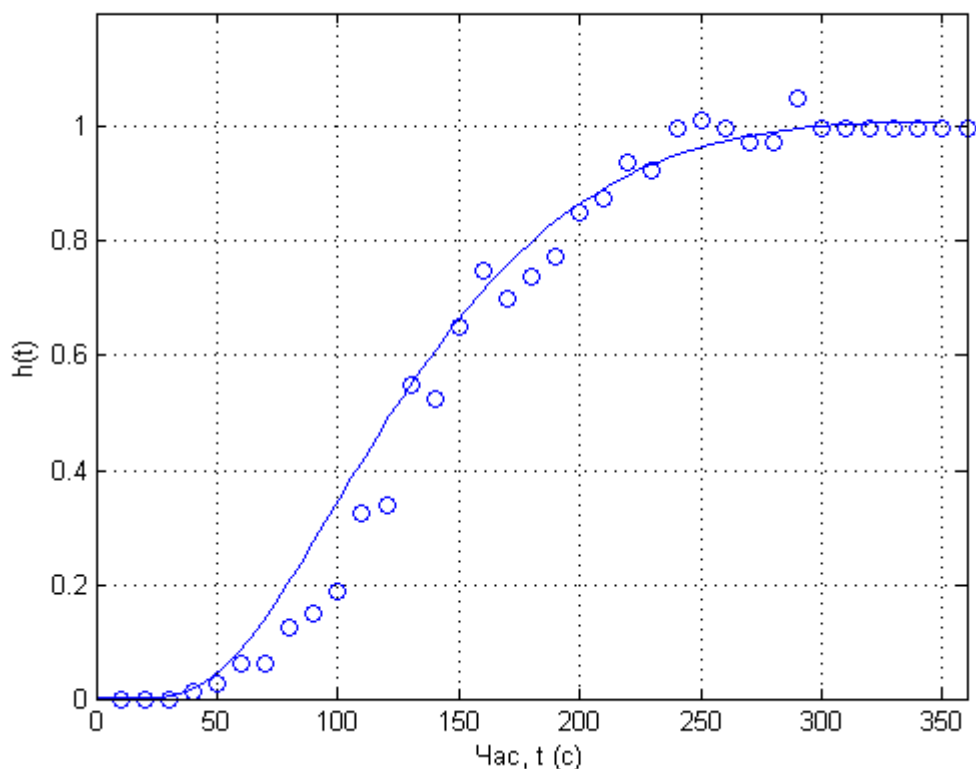


Рисунок 4.5 Перехідна характеристика та візуалізація експериментальних даних за каналом «потужність нагрівача – температура розчину на виході з ММ»

З рис. 4.5 видно, що апроксимуюча перехідна характеристика досить близько прилягає до експериментальних даних.

Для визначення передатної функції каналу «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ» знаходимо відношення передатної функції (4.11) до (4.10) отримаємо

$$W(s) = \frac{(23s + 1)^5}{(20,1s + 1)^7}. \quad (4.12)$$

Коефіцієнт передачі передатної функції (4.12) обчислений за відповідним відношенням коефіцієнтів передачі передатних функції (4.10) та (4.11) становить 1,053.

Передатна функція (4.12) має досить високий порядок, що є не дуже зручно для подальшого використання. Для спрощення (зниження порядку) (4.12) застосуємо апроксимацію відношенням поліномів виду [85]

$$W(s) = \frac{1 + \sum_{i=1}^m b_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i}, \quad (4.13)$$

де $m \leq n$ – умова фізичної реалізованості.

Розкладемо (4.13) в ряд Маклорена виду

$$W(s) = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} e_i s^i, \quad (4.14)$$

де e – коефіцієнт ряду Маклорена.

Як буде показано нижче значення коефіцієнтів в ряду (4.14) мають бути відомими до $n + m$ значення.

Прирівняємо праву частину (4.13) до (4.14) маємо

$$\frac{1 + \sum_{i=1}^m b_i s^i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i} = 1 + \sum_{i=1}^{n+m} e_i s^i. \quad (4.15)$$

Множимо ліву і праву частини (4.18) на знаменник, розкриваючи дужки і прирівнюємо коефіцієнти при однакових степенях p в лівій і правій частинах отримаємо системи рівнянь, що необхідно розв'язати відносно невідомих коефіцієнтів полінома чисельника

$$b_k = \sum_{i=0}^k a_i e_{i-s}, \quad a_0 = e_0 = 1, \quad k = 1, \dots, m \quad (4.16)$$

та знаменника

$$-e_k = \sum_{\substack{i=1 \\ k \geq i}}^n a_i e_{k-i}, \quad e_0 = 1, \quad k = m+1, \dots, n+m. \quad (4.17)$$

Для того щоб система (4.16) мала однозначний розв'язок, вона повинна мати n – рівнянь, тоді як (4.17) – m рівнянь. Отже, усього $n + m$ рівнянь. Значення коефіцієнтів в ряду Маклорена мають бути відомими до e_{n+m} .

Коефіцієнти ряду Маклорена, в який розкладається передатна функція (4.13) як відомо можуть бути визначені з відповідної перехідної характеристики методом Сімою [84]

$$e_i = (-1)^i F_i, \quad i = 1, \dots, n+m, \quad (4.18)$$

де відповідна площа

$$F_i = \int_0^t (F_i - F_i(t)) dt, \quad (4.19)$$

за умови

$$F_i = \lim_{t \rightarrow \infty} F_i(t), \quad F_0 = 1. \quad (4.20)$$

Для зниження порядку (4.12) необхідні оптимальні ступені поліномів n та m в (4.13) дана задача розв'язується за допомогою оптимального підбору параметрів [85] з квадратичним критерієм якості

$$J = \min_{n,m \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^N [\theta_i - \theta(t_i)]^2, \quad (4.21)$$

де θ_i –ординати отримані за перехідною характеристикою передатної функції (4.12);

$\theta(t_i)$ – апроксимуюча перехідна характеристика.

Розрахунок починається з $m = 0$ та $n = 1$ та поступово підвищується ступінь полінома знаменника на кожній ітерації розраховується значення критерію оптимальності (4.21). Розрахунок ведеться доти поки не буде отримане бажане значення критерію. Значення критерію (4.21) від параметрів n та m представлені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 Значення критерію (4.21) від параметрів n та m

$n \backslash m$	0	1
1	0,161	0,477
2	0,0023	0,0051

З табл. 4.1 видно, що при $n = 2$ та $m = 0$ передатна функція (4.12) достатньо точно апроксимується структурою (4.13). Апроксимуюча нормована передатна функція має вигляд

$$W(s) = \frac{1}{236,56s^2 + 25,7s + 1}. \quad (4.22)$$

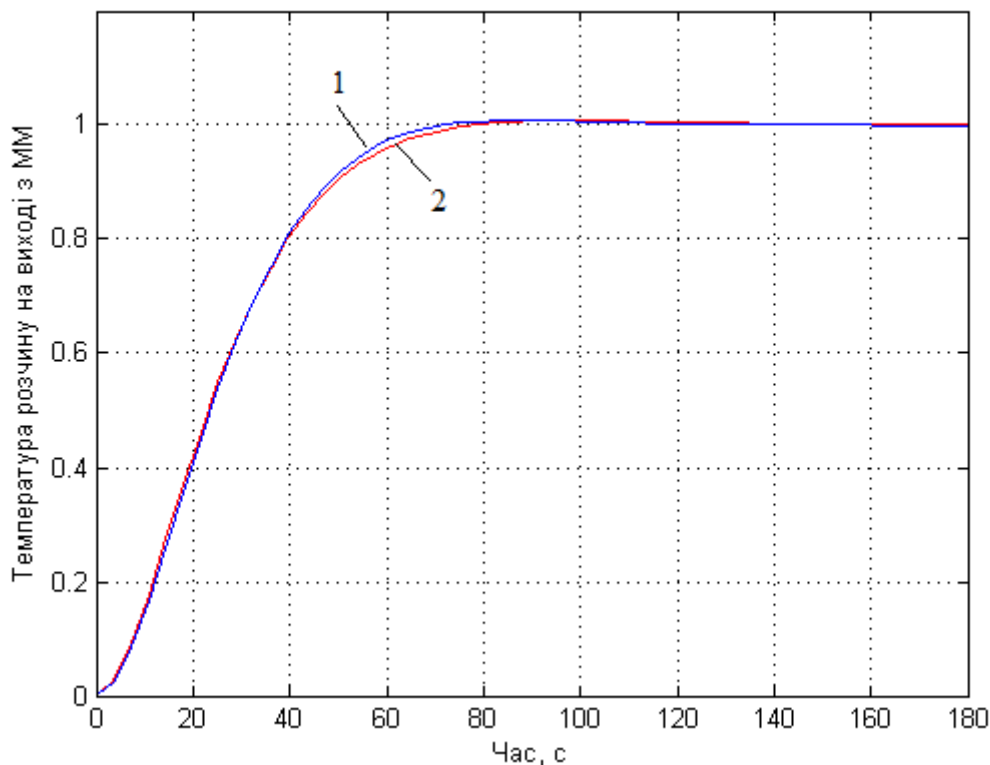


Рисунок 4.6 Перехідна характеристика «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ»
1 – за передатною функцією (4.22); 2 – за передатною функцією (4.12)

Отримана за алгоритмом (4.13) – (4.21) перехідна характеристика (рис. 4.6) узгоджується з інформацією про перехідні характеристики по даному каналу і буде використана для верифікації математичних моделей процесу КМД.

Для порівняння перехідних процесів математичних моделей з експериментом, представимо передатну функцію (4.22) у вигляді диференційного рівняння

$$236,56 \frac{d^2}{dt^2} \theta_{PK} + 25,7 \frac{d}{dt} \theta_{PK} + \theta_{PK} = 1,053 \theta_{PH} \quad (4.23)$$

з початковими умовами $\theta_{PK}|_{t=0} = \theta_{PH} = 66 \text{ } ^\circ\text{C}$. Ступінчате випробувальне збурення – $20 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Побудуємо перехідні процеси отриманих моделей та порівняємо їх з експериментальними даними.

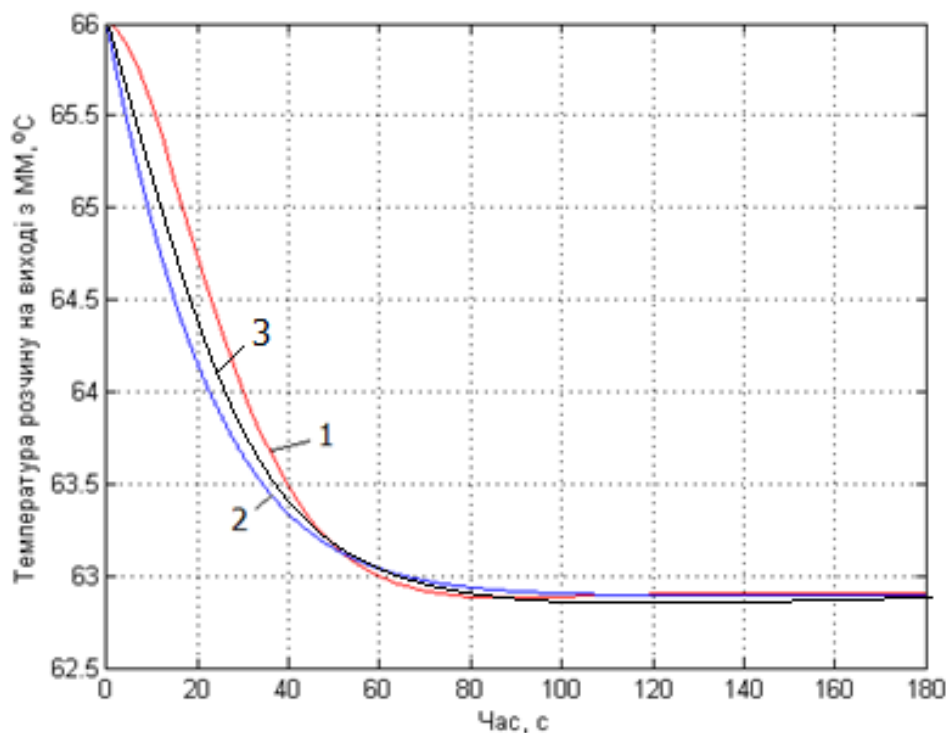


Рисунок 4.7. Перехідні процеси «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ»
1 – за експериментом; 2 – за спрощеною моделлю; 3 – за моделлю з розподіленими параметрами

На рис. 4.7 порівняно перехідні процеси по каналу «температура розчину на вході в ММ – температура розчину на виході з ММ», отримані за допомогою математичних моделей і за експериментальними даними. Як видно з графіків, тривалість перехідних процесів складає 50,...,80 с, а нормована сума квадратів нев'язок експериментальних даних та спрощеної моделі становить 0,016 та експериментальних даних та моделі з розподіленими параметрами 0,011.

4.5 Автоматична система керування процесу контактної мембранної дистиляції

Розроблені варіанти схем автоматичного керування процесу КМД з корекцією за перепадом температур розчину і дистилату на вході в ММ [86] (рис. 4.8) і з корекцією у середній точці ММ [87] (рис. 4.9), а також подачею теплоносія у нагрівач в залежності від поточного значення коефіцієнта пропускної здатності мембрани [88]. Розроблені варіанти схем керування підвищують точність керування процесом КМД, збільшують час безперервної роботи ММ. Керування ведеться за найбільш ефективним показником ведення процесу – перепадом температур розчину і дистилату на виході з ММ.

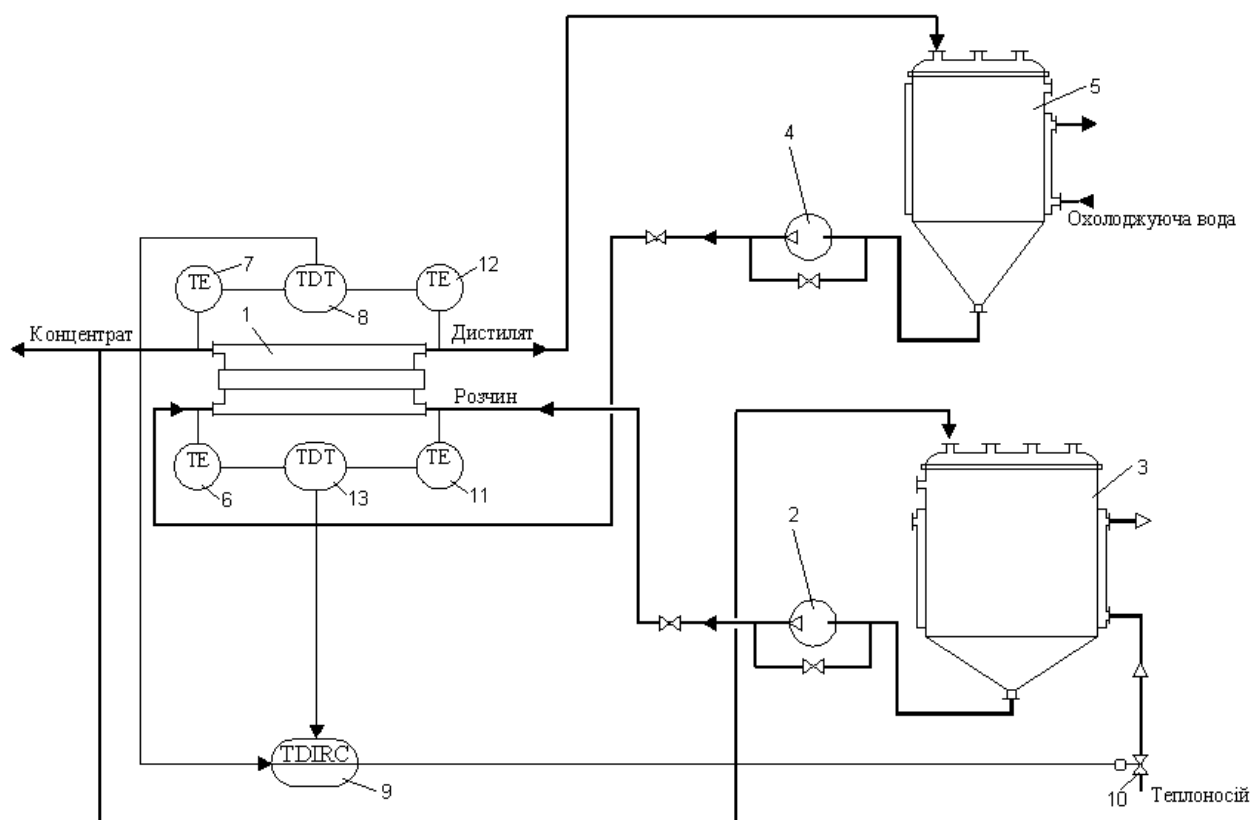


Рисунок 4.8 Схема автоматичного керування процесом КМД з корекцією перепадом температур на вході в ММ

На рис. 4.8 показана схема автоматичного керування процесу КМД з корекцією перепадом температур на вході в ММ. У ММ 1 за допомогою

насосу 2 з нагрівача 3 подається розчин, що підлягає обробці. Дистилат (розчинник) з охолоджувача 5 за допомогою насосу 4 також подається у ММ. В залежності від перепаду температур на виході з ММ, що вимірюється первинними перетворювачами 7 і 12 та вторинного приладу (8), регулятор перепадів температур 9 керує подачею теплоносія на підігрів вхідного розчину. Керуючий сигнал з регулятора надходить на виконавчий механізм 10. Перепад температур розчину та дистилату на вході в ММ вимірюється за допомогою первинних перетворювачів 7 і 12 та вторинного приладу 13, відповідний сигнал корекції надходить на регулятор перепаду температур 9. Знайдене скориговане значення керуючого сигналу поступає на винавчий механізм 10. Схема системи автоматичного керування представлена на рис. 4.9.

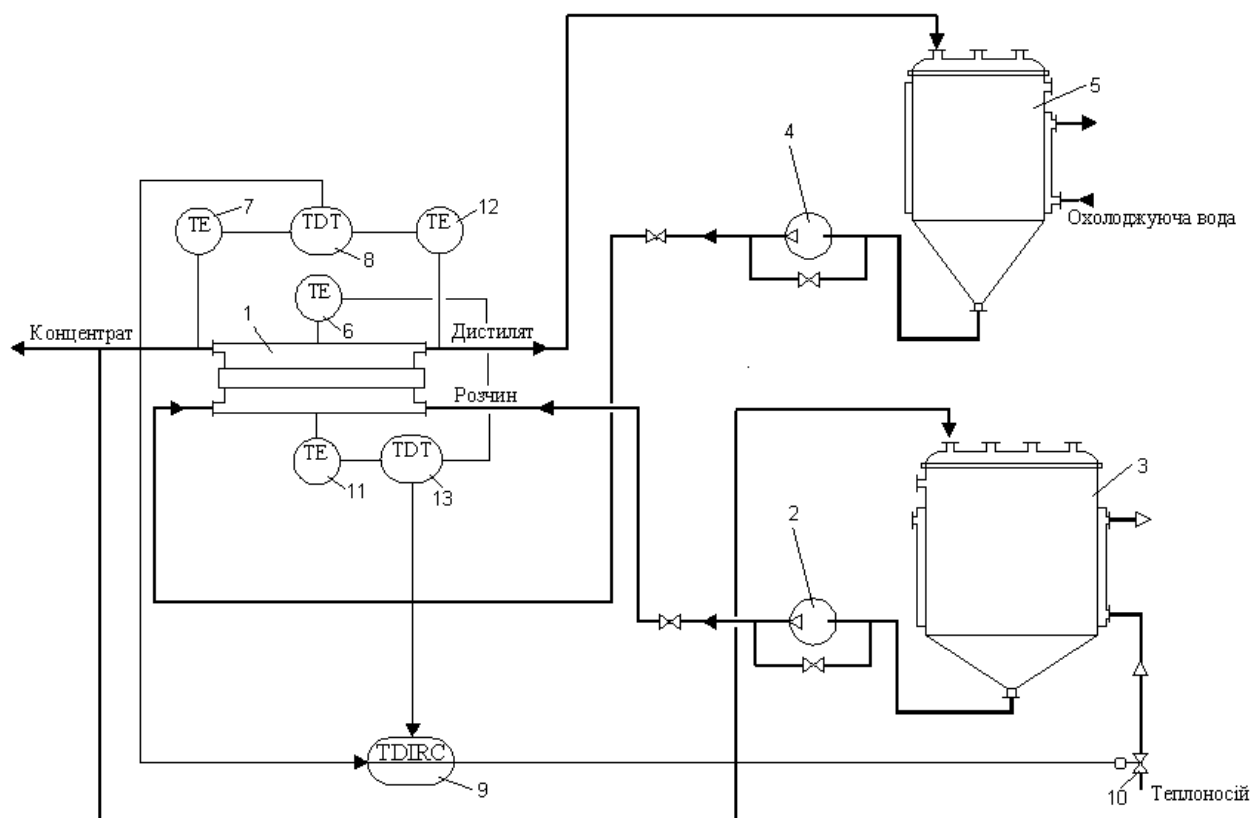


Рисунок 4.9 Схема системи автоматичного керування процесу КМД з корекцією у середній точці ММ

На рис. 4.9 показана схема автоматичного керування процесу КМД з корекцією у середній точці ММ. У ММ 1 за допомогою насосу 2 з нагрівача 3

подається розчин, що підлягає обробці. Дистилят (розчинник) з охолоджувача 5 за допомогою насоса 4 також подається у ММ. В залежності від перепаду температур на виході з ММ, що вимірюється первинними перетворювачами 7 і 12 та вторинного приладу 8, регулятор перепадів температур 9 керує подачею теплоносія на підігрів вхідного розчину. Перепад температур в середній точці ММ вимірюється первинними перетворювачами 6 і 11 та вторинним приладом 13, що формує сигнал корекції, який надходить на регулятор перепадів температур 9. Знайдене скориговане значення керуючого сигналу поступає на виконавчий механізм 10.

Основна відмінність варіантів керування процесу КМД полягає в способі вимірювання перепаду температур, що впливає на пропускну здатність мембрани. Так як пропускну здатність мембрани змінюється по довжині ММ яка може бути достатньо великою, то більш ефективне керування по перепаду температур розчину і дистиляту на виході з ММ з корекцією по перепаду температур в середній точці каналу, але вимірювання розподілу перепаду температур між розчином і дистилятом вздовж каналу складно реалізувати. Якщо з конструктивних причин довжина каналів ММ досить невелика, то застосовується спосіб керування перепадом температури розчину і дистиляту на виході каналів з ММ з корекцією по перепаду температур на вході в ММ.

4.6 Система керування процесу контактної мембранної дистиляції

Розроблена оптимальна система керування процесу КМД в умовах невизначеностей, що представлена в розділі 3 є актуальною, але впровадження її неможливо без зупинки на очистку чи заміну мембрани. З часом експлуатації поверхня мембрани забруднюється, погіршуються властивості мембрани, відповідно, ефективність процесу знижується та критерії робастної якості і стійкості стають недосяжними. То є необхідність

додатково до неперервної моделі динаміки процесу КМД застосування безпосередніх вимірів процесу КМД, тобто системи автоматизації процесу КМД.

При роботі системи відбувається контроль технологічних параметрів. За результатами вимірів обчислюється потік пари через мембрану та коефіцієнт проникності мембрани. Рівняння для потоку пари та коефіцієнт проникності мембрани

$$J_{\Pi} = G_{PH} - G_{PK}, \quad (4.24)$$

$$K_M = \frac{J_{\Pi}}{F(p_z - p_x)} = \frac{J_{\Pi}}{F(\xi_1 \theta_{PK} - \xi_2 \theta_{DK})}, \quad (4.25)$$

де G_{PH} , G_{PK} – відповідно витрати розчину на вході та на виході ММ, кг/с;

J_{Π} – потік пари через мембрану, кг/с;

K_M – коефіцієнт проникності мембрани, кг/(с·Н);

F – площа мембрани, м²;

p_z , p_x – парціальний тиск парів розчинника на обох сторонах мембрани, Н/м²;

θ_{PK} , θ_{DK} – температура розчину та дистилату на виході з ММ, К;

ξ_1 , ξ_2 – коефіцієнти перерахунку парціальних тисків парів розчинника зі сторони входу та виходу у ММ відповідно.

Експериментально проведені дослідження для коефіцієнту проникності при мембрані з номінальною пористістю $\varepsilon = 0,8$ коефіцієнт проникності $K_M = 0,216$, а з мінімальною пористістю $\varepsilon = 0,6$ коефіцієнт проникності $K_M = 0,162$.

Алгоритм керування представлено структурною схемою рис. 4.10.

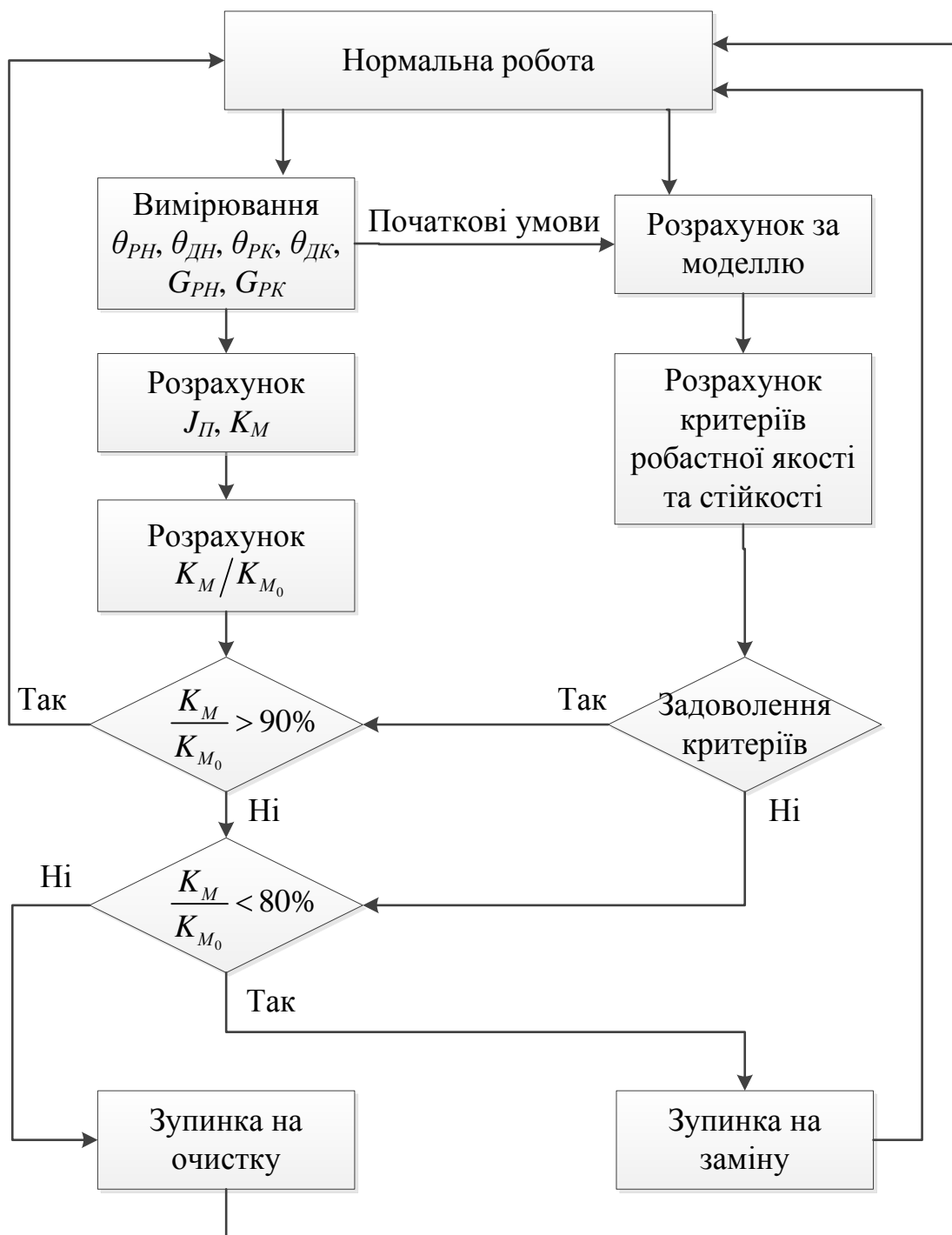


Рисунок 4.10 Структурна схема алгоритму робастного керування

На рис. 4.10 представлена структурна алгоритму робастного керування процесу КМД, що дозволяє вимірювати витрати розчину на вході та виході з мембранного модуля, а також кінцеві температури розчину та дистилату, тобто одночасно з процесом враховуються коефіцієнт проникності мембрани, що дозволяє перейти від режиму нормальної експлуатації до етапу очистки

або заміни мембрани. Очистка мембрани відбувається, коли $K_M / K_{M0} \leq 0,9$, де K_M , K_{M0} – відповідно поточний та початковий коефіцієнт проникності мембрани. Зупинка на заміну відбувається, коли в процесі експлуатації $K_M / K_{M0} < 0,8$. Тобто при зниженні продуктивності мембрани менш ніж 80 % вона не підлягає відновленню. Після очистки мембрани її продуктивність відновлюється повністю. Якщо продуктивність мембрани не відновилась до 90 % від вихідного (паспортного) рівня, то необхідно перейти до етапу заміни мембрани.

Робастне керування процесом ведеться за математичною моделлю, початкові умови для якої уточнюються на кожному з виміряних параметрів процесу. Ведення процесу відбувається доти, доки виконуються критерії робастної стійкості та якості системи і продуктивність мембрани залишається на належному рівні.

4.7 Технічна реалізація системи робастного керування процесу контактної мембранної дистиляції

Продуктивність процесу КМД знаходиться у прямопропорційній залежності від різниці температур на виході з ММ.

Підтримання заданого перепаду температур розчину і дистиляту на виході з ММ відбувається за допомогою зміни вхідної температури, яка залежить від витрат теплоносія. Для забезпечення стійкої гідродинаміки процесу установка обладнана рециркуляцією.

Від вибору мембрани залежить ефективність розділення та продуктивність установки процесу КМД. Мембрана повинна відповідати вимогам: гідрофобність, пористість не менше 80 %, середній діаметр пор 0,1,...,1 мкм, мати низький коефіцієнт теплопровідності, відсутність видимих дефектів і гідрофобних пор. Використано мембрани МФФК-4 виробництва ЗАТ НТЦ «Владіпор», які відповідають цим вимогам.

За реальних умов кожній гідрофобній мембрані притаманні дефекти, у вигляді гідрофільних пор, кількість яких з часом збільшується. Якщо пористість мембрани падає до 60 %, необхідно зупинити роботу установки і очистити мембрану.

В напівпромисловій установці підготовка і підігрів розчину виконується за допомогою теплоносія (гріючої пари). Тому одним з основних контурів автоматичної системи керування процесу КМД є контур підтримання заданого перепаду температур розчину та дистилату і саме для цього контуру розроблена система автоматичного керування [89], що забезпечує робастну стабілізацію температур на виході з ММ за допомогою зміни витрат теплоносія. Інформаційне забезпечення системи автоматичного керування представлено на рис. 4.11.

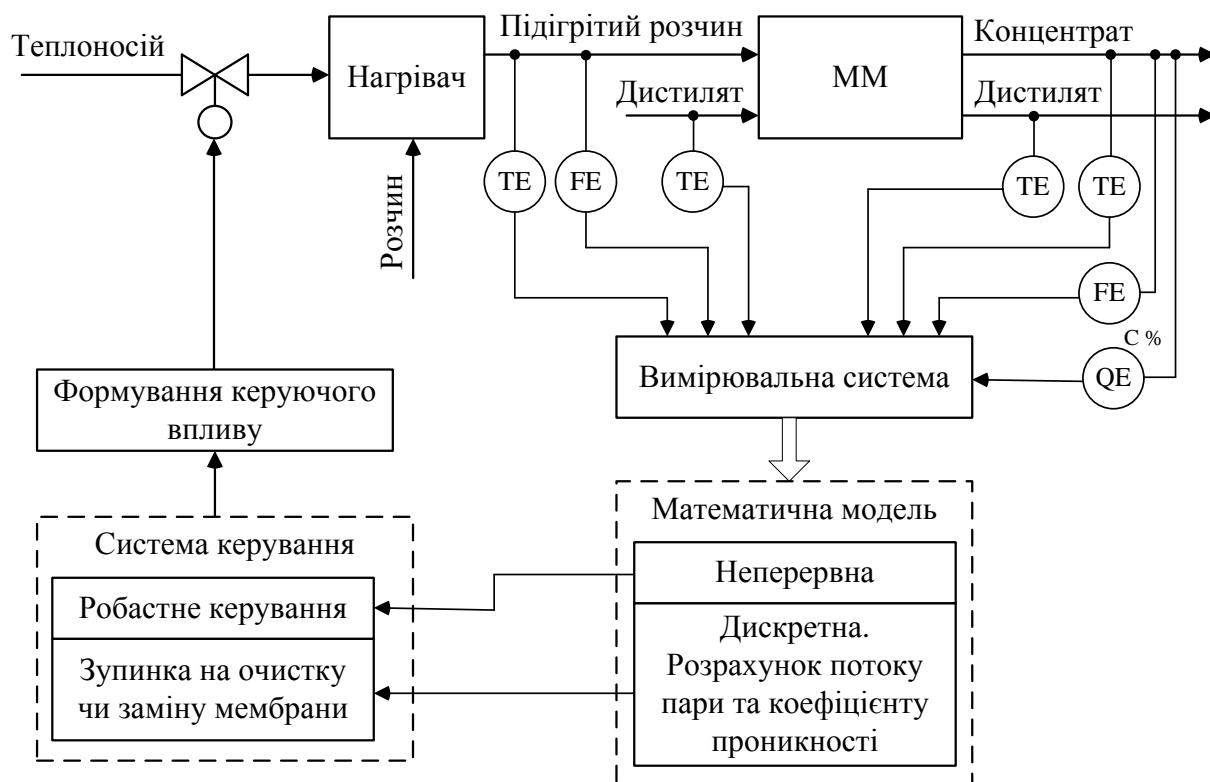


Рисунок 4.11 Структурна схема інформаційного забезпечення системи автоматичного керування

Розроблений в розділі 3 алгоритм робастного керування процесу КМД реалізований у складі програмного модуля «Моделювання та оптимальне

керування процесом контактної мембранної дистиляції». Програмний модуль використано для керування процесу КМД на лабораторній установці.

Для дослідження роботи алгоритму робастного керування в умовах наближених до реальних, використовувалась задача мінімізації відхилення перепаду температур розчину і дистиляту на виході з ММ від заданої. Алгоритм робастного керування забезпечує ведення процесу при граничних значеннях параметрів невизначеностей.

Математична модель процесу і алгоритми оптимального керування реалізовані у вигляді промислового модуля на мові програмування C++ (Microsoft VS 2008) можуть бути використані для дослідження та керування процесу. Алгоритм керування, що розроблено у складі системи автоматичного керування процесу концентрування соків, реалізовано на основі контролерів типу Реміконт Р-130. Економічний ефект від впровадження модуля досягнуто за рахунок зменшення енерговитрат на 12 – 14 %.

Результати дослідження системи керування показали ефективність роботи алгоритму робастного керування.

4.8 Висновки до розділу 4

1. З метою перевірки відповідності процесу, розроблених математичних моделей, на діючий установці проведені експериментальні дослідження та отримані нові динамічні характеристики процесу контактної мембранної дистиляції.
2. Виконано апроксимацію експериментальних даних за допомогою передатних функцій. Виділено перехідну характеристику за каналом «температура розчину на вході в мембранний модуль – температура розчину на виході з мембранного модуля» безпосередньо недоступного для вимірювання.
3. Проведена перевірка відповідності математичних моделей процесу КМД експериментальним даним, що показала можливість використання спрощеної моделі мембранного модуля для керування процесу контактної мембранної дистиляції.
4. Розроблені два способи керування процесу контактної мембранної дистиляції.
5. Розроблена система керування процесом на основі робастного регулятора, що забезпечує керування процесом в умовах невизначеності і дозволяє при необхідності зупиняти установку на очистку чи заміну мембрани.
6. На основі проведених досліджень розроблено автоматизовану інформаційну технологію керування процесу контактної мембранної дистиляції основними компонентами якої є такі технічні, програмні та організаційно-методичні засоби: математичні моделі установки, експериментальне дослідження процесу, закон оптимального робастного керування та система автоматичного керування.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота спрямована на вирішення важливої науково-технічної задачі підвищення ефективності керування установкою контактної мембранної дистиляції шляхом вдосконалення керування процесом при невизначеності функціональних властивостей мембрани.

1. На основі проведеного аналізу встановлено, що задача моделювання і керування процесу контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності параметрів є актуальною.
2. Розроблена математична модель процесу контактної мембранної дистиляції, яка враховує просторовий розподіл швидкостей і температур по каналам мембранного модуля і в порах мембрани.
3. Створена спрощена математична модель динаміки для керування процесу контактної мембранної дистиляції, яка описує тепло- і масообмін через полімерну мембрану в умовах невизначеності параметрів.
4. Проведені експериментальні дослідження динамічних режимів роботи мембранного модуля плоскокамерного типу з мембраною МФФК-4. Сума квадратів нев'язок перехідної характеристики спрощеної математичної моделі процесу контактної мембранної дистиляції відносно експериментальних даних за каналом «температура розчину на вході в мембранний модуль – температура розчину на виході з мембранного модуля» дистиляції становить близько 0,016, а моделі з розподіленими параметрами близько 0,011.
5. Синтезовано H_∞ і μ регулятори для підтримання необхідного перепаду температур між розчином і дистилятом на виході мембранного модуля і забезпечення в заданих межах стійкості системи при зменшенні витрат гріючої пари, які показали доцільність застосування μ регулятора.

6. Розроблена система керування процесом на основі робастного регулятора, що забезпечує керування процесом в умовах невизначеності і дозволяє при необхідності зупиняти установку на очистку чи заміну мембрани.
7. Розроблено автоматизовану інформаційну технологію керування процесу контактної мембранної дистиляції, основними компонентами якої є наступні технічні, програмні та організаційно-методичні засоби: математичні моделі установки, дослідження процесу, оптимальне робастне керування та система автоматичного керування.
8. Впроваджені у ВАТ «РОСИЧ» результати моделювання та оптимальне керування дали можливість розраховувати оптимальні режими концентрування різних розчинів, особливо у разі нестабільних витрат з урахуванням хімічного складу рідких систем з одночасним зниженням на 12,...,14% енерговитрат на концентруванні.
9. Впроваджені у навчальний процес на кафедрі автоматизації хімічних виробництв Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» такі результати дослідження: математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції, система оптимального і робастного керування процесу контактної мембранної дистиляції.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1 Drioli E. Progress and New Perspectives on Integrated Membrane Operations for Sustainable Industrial Growth / E. Drioli, M. Romano // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. – 2001. – V. 40. – P. 1277 – 1300.
- 2 Drioli E. Membrane distillation in the treatment of aqueous solutions / E. Drioli, Y. Wu, V. Calabro // *Journal of Membrane Science*. – 1987. – V. 33 (3). – P. 277 – 284.
- 3 Drioli E. Membrane distillation: an experimental study / E. Drioli, Y. Wu // *Desalination*. – 1985. – V. 53. – P. 339.
- 4 Khayet M. Membranes and theoretical modeling of membrane distillation: A review / M. Khayet // *Advances in Colloid and Interface Science*. – 2011 – V. 164. – P. 56 – 88.
- 5 Lagana F. Direct contact membrane distillation: modelling and concentration experiments / F. Lagana, G. Barbieri, E. Drioli // *Journal of Membrane Science*. – 2000. – V. 166. – P. 1 – 11.
- 6 Cabassud C. Membrane distillation for water desalination: how to chose an appropriate membrane / C. Cabassud, D. Wirth // *Desalination*. – 2003. – № 157. – P. 307 – 314.
- 7 Alkhudhiri A. Membrane distillation: A comprehensive review / A. Alkhudhiri, N. Darwish, N. Hilal // *Desalination*. – 2012. – № 287. – P. 3 – 18.
- 8 Дытнерский Ю.И. Применение мембранной дистилляции для обессоливания и коцентрирования водных растворов электролитов / Ю.И. Дытнерский, А. А. Акобян // *Хим. пром.* – 1990. – № 8. – С.44 – 54.
- 9 Sarti G.C. Low energy cost desalination processes using hydrophobic membranes / G.C. Sarti, S. Matulli, C. Gostoli, // *Desalination*. –1985. – V. 56. – P. 277 – 286.
- 10 Calabrò V. Membrane distillation in the textile wastewater treatment /

- V. Calabrò, E. Drioli, F. Matera // Desalination. – 1991. – V. 83. – P. 209 – 224.
- 11 Соколовский В.И. Совершенствование мембранных аппаратов для получения особо чистого водорода / В.И. Соколовский, В.М. Макаров // Хим. и нефтегазовое машиностроение. – 1998. – № 6. – С. 3 – 8.
 - 12 Дытнерский Ю.И. Мембранное разделение газов / Ю.И. Дытнерский, В.П. Брыков, Г.Г. Каграманов // М.: 1991. – 232 С.
 - 13 Байчток Ю.К. О лимитирующей стадии проницаемости водорода через мембраны из палладиевых сплавов / Ю.К. Байчток, Ю.Л. Соколинский, М.Б. Айзенбуд // Журн. физ. химии. – 1976. – № 6. – С. 1543 – 1547.
 - 14 Findley M.E. Vaporization through porous membranes / M.E. Findley // Ind. & Eng. Chem. Process Des. Dev. – 1967. – V. 6. – P. 226 – 237.
 - 15 Lawson K.W. Membrane distillation / K.W. Lawson, D. R. Lloyd // Journal of Membrane Science. – 1997. – V. 124 (1). – P. 1 – 25.
 - 16 Стариков Е.Н. Исследование процесса низкотемпературного мембранного испарения жидкостей применительно к системам жизнеобеспечения космических объектов / Е.Н. Стариков // Крнфю Актуальные проблемы космической биологии и медицины. М., 1980. – С.164 – 168.
 - 17 Волгин В.Д. Исследование компактных дистилляторов для воды и водных растворов / В.Д. Волгин, Е.Н. Стариков, Ю.Е. Синяк и др. // Всесоюз. конф. по мембр. методам разделения смесей. – Владимир – 1981. Ч.2. – С. 327 – 331.
 - 18 Schneider K. Membrandestillation / K. Schneider, T.H. Gassel // Chem.-ing.-Techn. – 1984. – B. 56. V. 7. – P. 514.
 - 19 Shoefield R.W. Heat and mass transfer in membrane distillation / R.W. Shoefield, A.G. Fane, C.J.D. Fell // Journal of Membrane Science. – 1987. – V. 33. – P. 299 – 313.
 - 20 Kimura S. Transport phenomena in membrane distillation / S. Kimura,

- S. -T. Nako, S.-I. Shimatani // *Journal of Membrane Science*. – 1987. – V. 33. – P. 285 –298.
- 21 Gore D.W. Gore-Tex membrane distillation / D.W. Gore // *Proc. 10th Annual Conversion of Water Supply Improvement Association*. – Honolulu, Hawaii. – 1982. – P. 34
 - 22 Carlsson L. The new generation in sea water desalination / L. Carlsson // *Desalination*. – 1983. – V. 45 – P. 221 – 227.
 - 23 Anderson S.I. Design and field tests of a new membrane distillation desalination process / S.I. Anderson, N. Kjellander, B. Rodesjö // *Desalination*. – 1985. – V. 56. – P. 345 – 354.
 - 24 Fane A.G. The efficient use of energy in membrane distillation / A.G. Fane, R.W. Schofield, C.J.D. Fell // *Desalination*. – 1987. – V. 64. – P. 231 – 243.
 - 25 Van Gassel T.J. An energy-efficient membrane distillation process, in E. Rioli, M. Nagaki (Eds.) / T.J. van Gassel, K. Schneider, K. Schneider // *In Membrane and Membrane processes*. Plenum Press, New York, 1986. P. 343 – 348.
 - 26 Schneider K. Membranes and modules for transmembrane distillation / K. Schneider, W. Holz, R. Wollbeck, S. Ripperger // *Journal of Membrane Science*. – 1988. – V. 39. – P. 25 – 42.
 - 27 Hogan P.A. Desalination by solar heated membrane distillation / P.A. Hogan, Sudjito, A.G. Fane and G.L. Morrisson // *Desalination*. – 1991. – V. 81. – P. 81 – 90.
 - 28 Schofield R.W. Gas and vapour transport through microporous membranes, II. Membrane Distillation / R.W. Schofield, A.G. Fane, C.J.D. Fell and R. Macoun // *Journal of Membrane Science*. – 1990. – V. 53. – P. 173 – 185.
 - 29 Tamura M. New water distillation system incorporating a membrane mist separator / M. Tamura // *Desalination*. – 1991. – V. 80. – P. 105 – 112.
 - 30 Брык М.Т. Мембранная дистилляция / М.Т. Брык, Р.Р. Нигматуллин // *Успехи химии*. – 1994. – №12 (63). – С. 1114 – 1129.

- 31 Smolders K. Terminology for Membrane Distillation / K. Smolders, A.C.M. Franken // Desalination. – 1989. – V. 72. – P. 249 – 262.
- 32 Calabro V. Membrane distillation in the textile wastewater treatment / V. Calabro, E. Drioli, F. Matera // Desalination. – 1991. – V. 83. P. 209 – 224.
- 33 Hanbury W.T. Membrane distillation – an assessment / W.T. Hanbury and T. Hodgkiess // Second World Cong. Desalination & Water Re-Use. – 1985. – V. 3 – P. 287 – 297.
- 34 Timashev S.F. Physical Chemistry of Membrane Processes / S.F. Timashev // Chichester: New York: Ellis Horwood. : 1991. – P. 246.
- 35 Kirsh Yu.E. Water Soluble Poly-N-Vinylamides: Syn thesis and Physicochemical Properties / Yu.E. Kirsh // Chichester: John Wiley.: 1998. – P. 240.
- 36 Кестинг Р.Е. Синтетические полимерные мембраны. Структурный аспект / Кестинг Р.Е. // М.: Химия. – 1991. –336 с.
- 37 Вандышев А.Б. Моделирование высокотемпературных мембранных аппаратов для получения водорода высокой чистоты / А.Б. Вандышев, В.М. Макаров, Л.Л. Муравьев и др. // Теоретические основы химической технологии. – 1996. – Т. 30. № 5. – С. 554.
- 38 Муравьев Л.Л. Некоторые аспекты анализа и оптимизации режимов работы высокотемпературных мембранных аппаратов получения водорода высокой чистоты / Л.Л. Муравьев, А.Б. Вандышев, В.М. Макаров и др. // М.: 1996. – Деп. в ВИНТИ. – № 108-В96.
- 39 Муравьев Л.Л. Моделирование процесса мембранного извлечения водорода из многокомпонентных газовых смесей / Л.Л. Муравьев, А.Б. Вандышев, В.М. Макаров // Теоретические основы химической технологии. – 1999. – Т. 33. № 2. – С. 190 – 192.
- 40 Муравьев Л.Л. Модель для расчета и оптимизации водородопроницаемых капилляров мембранных аппаратов / Л.Л. Муравьев, Л.А. Муравьев // Теоретические основы химической

технології. – 2002. – Т. 36. № 2. – С. 176 – 180.

- 41 Бабошин В.М. Диффузионное выделение водорода из газовых смесей / В.М. Бабошин, Ю.А. Буевич, А.К. Ивонин И.В. Кирнос, Б.Г. Кукуй // Инженерно-физический журнал. – 1984. – Т. 47. № 1. – С. 100 – 108.
- 42 Zhulynskyi A. The mathematical description of process of the concentration of the solution by method of contact-membrane distillation based on temperature-polarization / A. Zhulynskyi, L. Ladieva // The advanced science. Open access journal. – June 2014. – Volume 2014 Issue 7. – P. 49 – 52.
- 43 Gostoli C. Low Temperature Distillation through Hydrophobic Membranes / C. Gostoli, G.C. Sarti, S. Matulli // Separation Sci. and Technology. – 1987. – V. 22. – P. 855 – 872.
- 44 Ладієва Л.Р. Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, О.А. Жулинський // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2004. – № 2 (14). – С.46 – 51.
- 45 Ладієва Л.Р. Дослідження процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, О.А. Жулинський, М.Т. Брик, А.Ф. Бурбан // Автоматизація виробничих процесів. – 2004. – № 2 (19). – С. 34 – 37.
- 46 Патент на корисну модель 57931. Спосіб автоматичного керування процесом мембранної дистиляції / О.А. Жулинський, Л.Р. Ладієва; заявл. 06.08.2010; опубл. 25.03.2011, Бюл. № 6, 2011 р.
- 47 Ладієва Л.Р. Оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, О.А. Жулинський // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 2001. – № 2 (9). – С. 52 – 57.
- 48 Schrofild R.W. Gas and vapour transport through microporous membranes. II. Membrane distillation / R.W. Schofield, A.G. Fane, C.J.D. Fell // Journal of Membrane Science. – 1990. – V. 53. – P. 173 – 185.
- 49 Gryta M. Wastewater treatment by membrane distillation / M. Tomaszewska,

- К. Karakulski // Desalination. – 2006. – V. 198. P. 67 – 73.
- 50 Угрозов В.В. О процессе контактной мембранной дистилляции / В.В. Угрозов, П.П. Золотарёв, С.Ф. Тимашев // ТОХТ. – 1991. – Т.25. – № 1. – С. 17 – 24.
 - 51 Угрозов В.В. Математическое моделирование процесса контактной мембранной дистилляции в проточном модуле / В.В. Угрозов // ТОХТ. – 1994. – Т. 28 № 4. – С. 375 – 380.
 - 52 Ладієва Л.Р. Математична модель динаміки процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, О.А. Жулинський // Автоматизація виробничих процесів. – 2005. – № 1 (20). – С. 19 – 21.
 - 53 Ладієва Л.Р. Математична модель теплообміну в процесі контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Науковий журнал «Енергетика: економіка, технології, екологія». – 2011. – №1(28). – с. 10 – 16.
 - 54 Ладієва Л.Р. Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // XXI Український науковий семінар «Мембранні і сорбційні процеси та технології». Тези доповідей. – Київ: НаУКМА, 2011. С – 28.
 - 55 Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А Самарский // Издательство МГУ – 7-е изд. М.: Наука, 2004 г., 798 стр.
 - 56 Ладієва Л.Р. Математичне моделювання розподілу температур у мембранно мумодулі в процесі мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, В.О. Оніщенко, Р.М. Дубік // Науковий журнал «Наукоємні технології» – 2015 № 1 (25) – с. 5 – 8.
 - 57 Ладієва Л.Р. Математична модель процесу мембранної дистиляції, що враховує температурну поляризацію / Р.Р. Ладієва, Р.М. Дубік, В.О. Оніщенко // Автоматика / Automatics – 2014, 23 – 27 вересня 2014, Київ. С – 282 – 283.

- 58 Дубік Р.М. Математична модель розділення неоднорідних рідких систем / Р.М.Дубік, Л.Р. Ладієва // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. –2009. – № 1 (23). – с. 49 – 54.
- 59 Ладієва Л.Р. Моделювання переносу в процесі мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Міжнародна науково-технічна конференція. Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем управління організаційно-технічними комплексами. 26 – 27 вересня 2009, Київ. С. – 80 – 81.
- 60 Михеев М.А. Основы теплопередачи. Издание второе, стереотипное / М.А. Михеев, И.М. Михеева // Издательство «Энергия». М., 1977 г., 344 стр. с илл.
- 61 Ладієва Л.Р. Математична модель термомембранного розділення / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // 16 міжнародна конференція з автоматичного управління. Автоматика – 2009. Тези доповідей. Ченівці, 2009. С. 73 – 75.
- 62 Ладиева Л.Р. Математическая модель процесса разделения неоднородных жидких систем / Л.Р. Ладиева, Р.Н. Дубик, А.Н. Прокофьев // XXII международная научная конференция. Математические методы в технике и технологиях ММТТ – 22. Сборник трудов. Том 4. Псков. Издательство ППИ, 2009. С. – 16 – 17.
- 63 Ладієва Л.Р. Математичне моделювання процесу контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження №2(6) – 2010 с. 119 – 122.
- 64 Ladieva L. Mathematical model of membrane distillation process / L. Ladieva, S. Dovbnya, R. Dubik // Наукоємні технології – 2017, № 2 (34) – с. 178 – 183.
- 65 Дубік Р.М. Моделювання процесу контактної мембранної дистиляції за

- умов невизначеності / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2011. – №1(7). – с. 110 – 113.
- 66 Луцька М.Н. Оптимальні та робастні системи керування технологічними об'єктами: монографія / М.Н. Луцька, А.П. Ладанюк // Видавництво Ліра-К, 2015. – 288 с.
 - 67 Ладієва Л.Р. Оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. –2009. – №2(24). – с. 152 – 156.
 - 68 Дубік Р.М. До питання оптимального керування процесом контактної мембранної дистиляції. 17 міжнародна конференція з автоматичного управління. Автоматика – 2010 / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва // Тези доповідей. Харків, 2010. С. – 210 – 212.
 - 69 Doyle J.C. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems / J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar, B.A. Francis // IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – Vol. 34. No8. – P. 831 – 847.
 - 70 Ладієва Л.Р. Робастна система керування процесом контактної мембранної дистиляції / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічнаінженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2011. № 2 (8). – с. 128 – 133.
 - 71 Дубік Р.М. Керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва // Автоматика/Automatics – 2011, 28 – 30 вересня 2011, Львів, Україна С. – 116 – 117.
 - 72 Дубик Р.Н. Система управления процессом контактной мембранной дистиляции в условиях неопределенности / Р.Н. Дубик, Л.Р. Ладиева //

- XXV международная научная конференция. «Математические методы в технике и технологиях» ММТТ-25. Том 1. 24 - 26 апреля, Саратов 2012. С. – 119 – 122.
- 73 Дубік Р.М. Керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою H_∞ - регулятора / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва // *Materialy IX międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji. "NAUKOWA MYSL INFORMACYJNEJ POWIEKI - 2013"* 07 – 15 marca 2013 roku. Volume 24 Techniczne nauki. Przemysl Nauka i Studia 2013. pp. 92 – 95.
 - 74 Ладієва Л.Р. Нелінійна система керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // *Автоматика/Automatics* – 2012, 26 – 28 вересня 2012, Київ, Україна С. – 113 – 114.
 - 75 Lesya Ladieva. Mathematical simulation and process control of contact membrane distillation under uncertainty / Lesya Ladieva, Roman Dubik // *The advanced science journal. 312 – chemical engineering. 2013* pp. 11 – 14.
 - 76 Schofield R.W. Heat and mass transfer in membrane distillation / R.W. Schofield, A.G. Fane, C.J.D. Fell // *Journal of Membrane Science*. – 1987. – V. 33. – P. 299 – 313.
 - 77 Schrofild R.W. Gas and vapour transport through microporous membranes. I. Knudsen-Poiseuille transition distillation / R.W. Schofield, A.G. Fane, C.J.D. Fell // *Journal of Membrane Science*. – 1990. – V. 53. – P. 159 – 171.
 - 78 Тунік А.А. Основи сучасної теорії управління: навч. посіб. / А.А. Тунік, О.О. Абрамович // К.: Вид-воНац. Авіац. Ун-ту «НАУ-друк», 2010. – 260 с.
 - 79 Skogestad S. Multivariable feedback control. Analysis and design / S. Skogestad, I. Postlethwaite // *Second Edition: August 29, 2001*. P – 572.
 - 80 Полилов Е.В. Практический подход к выбору весовых функций для H_∞ -теории робастного управления / Е.В. Полилов, А.Б. Зеленев, Е.С. Руднев // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного*

університету ім. Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Вип. 3/2009 (56) Ч. 2. – с. 17 – 24.

- 81 Ладієва Л.Р. Керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою H_{∞} - регулятора. Проектування системи / Л.Р. Ладієва, А.Ф. Бурбан, Р.М. Дубік // Хімічна промисловість України – 2014. № 1 (120) – с. 7 – 10.
- 82 Ладієва Л.Р. Проектування системи керування процесом контактної мембранної дистиляції за допомогою технології μ – синтезу / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження – 2012. № 1 (9) – с. 106 – 110.
- 83 Ладієва Л.Р. Керування процесом контактної мембранної дистиляції в умовах невизначеності за допомогою M – регулятора / Л.Р. Ладієва, Р.М. Дубік // Materialy IX mezinarodni vedecko-prakticka conference. VEDA A TECHNOLOGIE: KROK DO BUDOUCNOSTI – 2013, 27 unora 05 brezen 2013 roku. Dil 28 Technicke vedy. Praha Publishing House “Education and Science” s.r.o. 2013, pp. 75 – 79.
- 84 Кубрак А.І. Комп'юте рнемоделювання та ідентифікація автоматичних систем: Навч. посіб. / А.І. Кубрак, А.І. Жученко, М.З. Кваско // К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2004. 424 с.
- 85 Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Издание четвертое, стереотипное / Е.С. Вентцель // Издательство «НАУКА» Главная редакция физико-математической литературы. М., 1969 г., 576 стр. с илл.
- 86 Патент на корисну модель 69081. Спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва; заявл. 03.08.2011; опубл. 25.04.2012, Бюл. № 8, 2012 р.
- 87 Патент на корисну модель 68019. Спосіб автоматичного керування процесом контактної мембранної дистиляції / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва; заявл. 28.08.2011; опубл. 12.03.2012, Бюл. № 5, 2012 р.

- 88 Патент на корисну модель 122634. Спосіб автоматичного керування процесом мембранної дистиляції / Р.М. Дубік, Л.Р. Ладієва, Т.В. Ставитька; заявл. 17.05.2017; опубл. 25.01.2018, Бюл. № 2, 2018 р.
- 89 Дубик Р.Н. Система автоматизации процесса контактной мембранной дистиляции в условиях неопределенности / Р.М. Дубик, Л.Р. Ладиева // XXVI международная конференция «Математические методы в технике и технологиях» ММТТ-26. Том 1. Секция 1. 27 – 30 мая Нижний Новгород 2013. С. – 62 – 64.

Додаток А
Акти впровадження

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ген. директор ПрАТ «РОСИЧ»
А.С. ВАХНІЙ

2011р.



АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Ми, що підписалися нижче від ПрАТ «РОСИЧ» підтверджуємо, що представником Національного технічного університету України «КПІ» здобувачем Дубіком Р.М. був представлений програмний модуль «Моделювання та оптимальне керування процесом контактної мембранної дистиляції», що розроблений під керівництвом доцента Ладієвої Л.Р. на кафедрі «Автоматизація хімічних виробництв» НТУУ «КПІ». Програмний модуль відрізняється використанням ефективних підходів до моделювання і керування процесом. На основі досліджень створена математична модель процесу мембранної дистиляції у виробництві освітлених яблучних соків. Розроблені алгоритми керування процесом, що враховують зміну проникності мембрани. Програмний модуль дає можливість розраховувати оптимальні режими концентрування різних розчинів у подібних апаратах, особливо у разі нестабільних витрат з урахуванням хімічного складу рідких систем.

Запропонований програмний модуль може бути застосований при розробці системи керування процесом мембранної дистиляції, що дозволить підвищити якість концентрування освітлених яблучних соків з одночасним зниженням на 12 ÷ 14% енерговитрат на концентруванні.

Заступник ген. директора
Головний інженер

Кривенда І.В.
Ковальковський Б.А.

«ЗАТВЕТДЖУЮ»

Перший проректор

Національного технічного університету

України «Київський політехнічний

інститут імені Ігоря Сікорського»

Ю.І. Якименко

2017 р.



АКТ

про впровадження результатів кандидатської дисертаційної роботи

Дубіка Романа Миколайовича

Цим засвідчується, що матеріали дисертаційної роботи Дубіка Р.М. використовуються в курсах лекцій «Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів», «Оптимізація систем керування» які читаються студентам освітньо-кваліфікаційного напрямку підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» на кафедрі «Автоматизація хімічних виробництв» інженерно-хімічного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», а також при виконанні студентами курсових і дипломних проектів та магістерських дисертацій.

У навчальний процес впроваджені такі результати дисертаційного дослідження Дубіка Романа Миколайовича:

- математичні моделі процесу контактної мембранної дистиляції;
- система оптимального, робастного та гібридного керування процесом контактної мембранної дистиляції.

Завідуючий кафедрою
«Автоматизації хімічних виробництв»
інженерно-хімічного факультету

 проф. Жученко А.І.

Додаток Б

Програма розрахунку H_∞ регулятора

```

clear all
close all
clc

%-----%
% Синтез  $H_{inf}$  регулятора %
%-----%

Mod_KMD; % Математична модель процесу КМД
wts_KMD; % Введення вагових функцій

olp_KMD; % Формування водів та виходів системи
systemnames = ' G ';
inputvar = '[ pert{4}; ref; dist; control ]';
outputvar = '[ G(1:4); G(5)+dist; ref - G(5) - dist ]';
input_to_G = '[ pert; control ]';
sysoutname = 'sim_ic';
cleanup_sysic = 'yes';
sysic

sim_KMD; % Модель системи з невизначеностями

%-----%
% Синтез робастного  $H_{inf}$  регулятора
%-----%

nmeas = 1; % Номер вимірювання (номер входу К)
ncont = 1; % Номер керованого виходу (номер виходу К)
gmin = 0.1; % Нижня межа бісекції
gmax = 10; % Верхня межа бісекції
tol = 0.01; % Похибка
hin_ic = sel(sys_ic, 5:7, 5:6); % входів та виходів системи
% hin_ic = sel(sys_ic, 5:8, 5:6); % входів та виходів системи
[K_hin, clp, GAM, INFO] = hinfsyn(hin_ic, nmeas, ncont, gmin, gmax, tol);
[Ak, Bk, Ck, Dk] = unpck(K_hin);
Wk = tf(ss(Ak, Bk, Ck, Dk));

```

Додаток В

Програма розрахунку μ регулятора

```

clear all
close all
clc

%-----%
% Синтез Мью регулятора %
%-----%

Mod_KMD; % Математична модель процесу КМД
wts_KMD; % Введення вагових функцій

%-----
olp_KMD; % Формування водів та виходів системи

%-----
sim_KMD; % Модель системи з невизначеностями

%-----
% Мью синтез за допомогою процедури D-K ітерацій
NOMINAL_DK = sys_ic; % номінальна система
NMEAS_DK = 1; % кількість вимірювальних виходів
NCONT_DK = 1; % кількість входів керування
BLK_DK = [5 7; 6 5];
OMEGA_DK = logspace(-2,1,100);
AUTOINFO_DK = [1 4 1 4 * ones(1, size(BLK_DK, 1))];
DK_DEF_NAME = 'dk_KMD';
dkit % Обчислення D-K ітерацій
K_mu = k_dk4KMD;
[Ak,Bk,Ck,Dk] = unpck(K_mu);
Wk = tf(ss(Ak,Bk,Ck,Dk));

```


Додаток Г

Програма оптимального керування

```
#pragma once

template <class T>
class Vector
{
public:
#pragma region Constructors
    Vector();
    Vector(int aSize);
    Vector(int aSize, T aValue);
    Vector(const Vector<T>& aVector);
    ~Vector();
#pragma endregion
#pragma region Methods
    T & operator [] (int i) const;
    int length() const;
    void resize(int aLength);
    void resize(int aLength, T aValue);
    void reset(int aLength);
    void reset(int aLength, T aValue);
#pragma endregion
#pragma region Arithmetic operators
    const Vector<T>& operator = (const Vector<T>& aVector);
    const Vector<T>& operator = (T aValue);
    Vector<T> operator + () const;
    Vector<T> operator - () const;
    Vector<T> operator += (const Vector<T>& aVector);
    Vector<T> operator -= (const Vector<T>& aVector);
    Vector<T> operator *= (const Vector<T>& aVector);
    Vector<T> operator /= (const Vector<T>& aVector);
    Vector<T> operator + (const Vector<T>& aVector) const;
    Vector<T> operator - (const Vector<T>& aVector) const;
    Vector<T> operator * (const Vector<T>& aVector) const;
    Vector<T> operator / (const Vector<T>& aVector) const;
    Vector<T> operator += (T aValue);
    Vector<T> operator -= (T aValue);
    Vector<T> operator *= (T aValue);
    Vector<T> operator /= (T aValue);
    Vector<T> operator + (T aValue) const;
    Vector<T> operator - (T aValue) const;
    Vector<T> operator * (T aValue) const;
    Vector<T> operator / (T aValue) const;
    T operator | (const Vector<T>& aVector);
#pragma endregion
private:
    int fSize;
    T * fVector;
};
```

```

#pragma once
#include <assert.h>
#include "Vector.h"

#pragma region Constructors
template <class T>
Vector<T>::Vector()
    : fSize(0)
    , fVector(NULL)
{
}

template <class T>
Vector<T>::Vector(int aSize)
    : fSize(aSize)
    , fVector(new T[aSize])
{
    assert(fVector != NULL);
}

template <class T>
Vector<T>::Vector(int aSize, T aValue)
    : fSize(aSize)
    , fVector(new T[aSize])
{
    assert(fVector != NULL);
    for (int i = 0; i < aSize; i++)
    {
        fVector[i] = aValue;
    }
}

#pragma endregion
#pragma region Methods

template <class T>
Vector<T>::Vector(const Vector<T>& aVector)
    : fSize(aVector.fSize)
    , fVector(new T[aVector.fSize])
{
    assert(fVector != NULL);
    for (int i = 0; i < aVector.fSize; i++)
    {
        fVector[i] = aVector.fVector[i];
    }
}

template <class T>
Vector<T>::~~Vector()
{
    delete[] fVector;
}

```

```

}

template <class T>
T & Vector<T>::operator[] (int i) const
{
    assert((i >= 0) && (i < fSize));

    return fVector[i];
}

template <class T>
int Vector<T>::length() const
{
    return fSize;
}

template <class T>
void Vector<T>::resize(int aLength)
{
    int i;
    T zero(0);
    T *newData = new T[aLength];
    assert(newData != NULL);
    if (aLength <= fSize)
    {
        for (i = 0; i < aLength; i++)
        {
            newData[i] = fVector[i];
        }
    }
    else
    {
        for (i = 0; i < fSize; i++)
        {
            newData[i] = fVector[i];
        }
        for (i = fSize; i < aLength; i++)
        {
            newData[i] = zero;
        }
    }
    delete[] fVector;
    fSize = aLength;
    fVector = newData;
}

template <class T>
void Vector<T>::resize(int aLength, T aValue)
{
    int i;
    T *newData = new T[aLength];
    assert(newData != NULL);

```

```

    if (aLength <= fSize)
    {
        for (i = 0; i < aLength; i++)
        {
            newData[i] = fVector[i];
        }
    }
    else
    {
        for (i = 0; i < fSize; i++)
        {
            newData[i] = fVector[i];
        }
        for (i = fSize; i < aLength; i++)
        {
            newData[i] = aValue;
        }
    }
    delete[] fVector;
    fSize = aLength;
    fVector = newData;
}

```

```

template <class T>
void Vector<T>::reset(int aLength)
{
    T zero(0);
    delete[] fVector;
    fVector = new T[aLength];
    assert(fVector != NULL);
    fSize = aLength;
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] = zero;
    }
}

```

```

template <class T>
void Vector<T>::reset(int aLength, T aValue)
{
    delete[] fVector;
    fVector = new T[aLength];
    assert(fVector != NULL);
    fSize = aLength;
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] = aValue;
    }
}
#pragma endregion

```

```

#pragma region Arithmetic operators

```

```

template <class T>
const Vector<T>& Vector<T>::operator = (const Vector<T>& aVector)
{
    if (this == &aVector)
    {
        return *this;
    }
    if (fSize != aVector.fSize)
    {
        delete[] fVector;
        fVector = new T[aVector.fSize];
        assert(fVector != NULL);
        fSize = aVector.fSize;
    }
    for (int i = 0; i < aVector.fSize; i++)
    {
        fVector[i] = aVector.fVector[i];
    }
    return *this;
}

```

```

template <class T>
const Vector<T>& Vector<T>::operator = (T aVector)
{
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] = aVector;
    }

    return *this;
}

```

```

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator + () const
{
    return *this;
}

```

```

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator - () const
{
    return *this * T(-1);
}

```

```

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator += (const Vector<T>& aVector)
{
    assert(fSize == aVector.fSize);
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] += aVector.fVector[i];
    }
}

```

```

        return *this;
    }

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator -= (const Vector<T>& aVector)
{
    assert(fSize == aVector.fSize);
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] -= aVector.fVector[i];
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator *= (const Vector<T>& aVector)
{
    assert(fSize == aVector.fSize);
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] *= aVector.fVector[i];
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator /= (const Vector<T>& aVector)
{
    assert(fSize == aVector.fSize);
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] /= aVector.fVector[i];
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator + (const Vector<T>& aVector) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result += aVector;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator - (const Vector<T>& aVector) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result -= aVector;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator * (const Vector<T>& aVector) const

```

```

{
    Vector<T> result(*this);
    return result *= aVector;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator / (const Vector<T>& aVector) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result /= aVector;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator += (T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] += aValue;
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator -= (T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] -= aValue;
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator *= (T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] *= aValue;
    }
    return *this;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator /= (T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        fVector[i] /= aValue;
    }
    return *this;
}

```

```

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator + (T aValue) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result += aValue;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator - (T aValue) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result -= aValue;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator * (T aValue) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result *= aValue;
}

template <class T>
Vector<T> Vector<T>::operator / (T aValue) const
{
    Vector<T> result(*this);
    return result /= aValue;
}

template <class T>
T Vector<T>::operator | (const Vector<T>& aVector)
{
    assert(fSize == aVector.fSize);
    T result(0);
    for (int i = 0; i < fSize; i++)
    {
        result = result + fVector[i] * aVector.fVector[i];
    }
    return result;
}
#pragma endregion

#pragma once
#include "Vector.hpp"

template <class T>
class Matrix
{
public:
    #pragma region Constructors
    Matrix();

```



```

    Matrix(int aRowNum, int aColNum);
    Matrix(int aRowNum, int aColNum, T aValue);
    Matrix(const Vector<T>& aVector);
    Matrix(const Matrix& aMatrix);
    ~Matrix();
#pragma endregion
#pragma region Methods
    Vector<T> & operator [] (int aIndex) const;
    Vector<T> & operator () (int aIndex) const;
    Matrix<T> identity();
    Matrix<T> transpose() const;
    Matrix<T> inverse() const;
    T trace() const;
    T determinant() const;
    int getRowCount() const;
    int getColCount() const;
    void resize(int aRowNum, int aColNum);
    void resize(int aRowNum, int aColNum, T aValue);
    void fill(T aValue);
#pragma endregion
#pragma region Arithmetic operators
    const Matrix<T> & operator = (const Matrix<T>& aMatrix);
    const Matrix<T> & operator = (const T aValue);
    Matrix<T> operator + () const;
    Matrix<T> operator - () const;
    Matrix<T> operator += (const Matrix<T>& aMatrix);
    Matrix<T> operator -= (const Matrix<T>& aMatrix);
    Matrix<T> operator *= (const Matrix<T>& aMatrix);
    Matrix<T> operator + (const Matrix<T>& aMatrix) const;
    Matrix<T> operator - (const Matrix<T>& aMatrix) const;
    Matrix<T> operator * (const Matrix<T>& aMatrix) const;
    Vector<T> operator * (const Vector<T>& aVector) const;
    Matrix<T> operator += (const T aValue);
    Matrix<T> operator -= (const T aValue);
    Matrix<T> operator *= (const T aValue);
    Matrix<T> operator /= (const T aValue);
    Matrix<T> operator + (T aValue) const;
    Matrix<T> operator - (T aValue) const;
    Matrix<T> operator * (T aValue) const;
    Matrix<T> operator / (T aValue) const;
    friend Vector<T> vectorization(const Matrix<T>& aMatrix);
#pragma endregion
private:
    int fRowNum;
    int fColNum;
    Vector<T>* fMatrix;
};

#pragma once
#include "Matrix.h"
#include <assert.h>

```

```

#pragma region Constructors
template<class T>
Matrix<T>::Matrix()
    : fRowNum(0)
    , fColNum(0)
    , fMatrix(NULL)
{
}

template<class T>
Matrix<T>::Matrix(int aRowNum, int aColNum)
    : fRowNum(aRowNum)
    , fColNum(aColNum)
    , fMatrix(new Vector<T>[aRowNum])
{
    assert(fMatrix != NULL);
    for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i].resize(aColNum);
    }
}

template<class T>
Matrix<T>::Matrix(int aRowNum, int aColNum, T aValue)
    : fRowNum(aRowNum)
    , fColNum(aColNum)
    , fMatrix(new Vector<T>[aRowNum])
{
    assert(fMatrix != NULL);
    for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i].resize(aColNum, aValue);
    }
}

template<class T>
Matrix<T>::Matrix(const Vector<T>& aVector)
    : fRowNum(aVector.length())
    , fColNum(1)
    , fMatrix(new Vector<T>[fRowNum])
{
    assert(fMatrix != NULL);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i].resize(1, aVector[i]);
    }
}

template<class T>
Matrix<T>::Matrix(const Matrix<T>& aMatrix)
    : fRowNum(aMatrix.fRowNum)
    , fColNum(aMatrix.fColNum)

```

```

        , fMatrix(new Vector<T>[aMatrix.fRowNum])
    {
        assert(fMatrix != NULL);
        for (int i = 0; i < aMatrix.fRowNum; i++)
        {
            fMatrix[i] = aMatrix[i];
        }
    }

template<class T>
Matrix<T>::~~Matrix()
{
    delete[] fMatrix;
}
#pragma endregion

#pragma region Methods
template<class T>
Vector<T> & Matrix<T>::operator [] (int aIndex) const
{
    assert((aIndex >= 0) && (aIndex < fRowNum));
    return fMatrix[aIndex];
}

template<class T>
Vector<T> & Matrix<T>::operator () (int aIndex) const
{
    assert((aIndex >= 0) && (aIndex < fColNum));
    Vector<T> result(fRowNum);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        result[i] = fMatrix[i][aIndex];
    }
    return result;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::identity()
{
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        for (int j = 0; j < fColNum; j++)
        {
            if (i == j)
            {
                fMatrix[i][j] = T(1);
            }
            else
            {
                fMatrix[i][j] = T(0);
            }
        }
    }
}

```

```

    }
    return *this;
}

template <class T>
Matrix<T> Matrix<T>::transpose() const
{
    Matrix<T> result(fColNum, fRowNum);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        for (int j = 0; j < fColNum; j++)
        {
            result[j][i] = fMatrix[i][j];
        }
    }
    return result;
}

template <class T>
Matrix<T> Matrix<T>::inverse() const
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    Matrix<T> B(*this), D, I(fRowNum, fColNum);
    T c0(B.trace()), c1;
    int i;
    I.identity();
    for (i = 2; i < fRowNum; i++)
    {
        B = *this * (B - I * c0);
        c0 = B.trace() / T(i);
    }
    D = *this * (B - I * c0);
    c1 = D.trace() / T(i);
    return (B - I * c0) / c1;
}

template <class T>
T Matrix<T>::trace() const
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    T result(0);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        result += fMatrix[i][i];
    }
    return result;
}

template <class T>
T Matrix<T>::determinant() const
{
    assert(fRowNum == fColNum);

```

```

Matrix<T> B(*this), I(fRowNum, fColNum, T(0));
T c(B.trace());
int i;
for (i = 0; i < fRowNum; i++)
{
    I[i][i] = T(1);
}
for (i = 2; i <= fRowNum; i++)
{
    B = *this * (B - I * c);
    c = B.trace() / T(i);
}
return (fRowNum % 2) ? (c) : (-c);
}

template<class T>
int Matrix<T>::getRowCount() const
{
    return fRowNum;
}

template<class T>
int Matrix<T>::getColsCount() const
{
    return fColNum;
}

template<class T>
void Matrix<T>::resize(int aRowNum, int aColNum)
{
    int i;
    Vector<T> * newMatrix = new Vector<T>[aRowNum];
    assert(newMatrix != NULL);
    if (aRowNum <= fRowNum)
    {
        for (i = 0; i < aRowNum; i++)
        {
            (fMatrix + i)->resize(aColNum);
            newMatrix[i] = fMatrix[i];
        }
    }
    else
    {
        for (i = 0; i < fRowNum; i++)
        {
            (fMatrix + i)->resize(aColNum);
            newMatrix[i] = fMatrix[i];
        }
        for (i = fRowNum; i < aRowNum; i++)
        {
            newMatrix[i].resize(aColNum);
        }
    }
}

```

```

    }
    delete fMatrix;
    fRowNum = aRowNum;
    fColNum = aColNum;
    fMatrix = newMatrix;
}

template<class T>
void Matrix<T>::resize(int aRowNum, int aColNum, T aValue)
{
    int i;
    Vector<T> * newMatrix = new Vector<T>[aRowNum];
    assert(newMatrix != NULL);
    if (aRowNum <= fRowNum)
    {
        for (i = 0; i < aRowNum; i++)
        {
            (fMatrix + i)->resize(aColNum, aValue);
            newMatrix[i] = fMatrix[i];
        }
    }
    else
    {
        for (i = 0; i < fRowNum; i++)
        {
            (fMatrix + i)->resize(aColNum, aValue);
            newMatrix[i] = fMatrix[i];
        }
        for (i = fRowNum; i < aRowNum; i++)
        {
            newMatrix[i].resize(aColNum, aValue);
        }
    }
    delete fMatrix;
    fRowNum = aRowNum;
    fColNum = aColNum;
    fMatrix = newMatrix;
}

template<class T>
void Matrix<T>::fill(T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        for (int j = 0; j < fColNum; j++)
        {
            fMatrix[i][j] = aValue;
        }
    }
}

#pragma endregion

```

```

#pragma region Arithmetic operators
template<class T>
const Matrix<T> & Matrix<T>::operator = (const Matrix<T>& aMatrix)
{
    if (this == &aMatrix)
    {
        return *this;
    }
    delete[] fMatrix;
    fRowNum = aMatrix.fRowNum;
    fColNum = aMatrix.fColNum;
    fMatrix = new Vector<T>[aMatrix.fRowNum];
    assert(fMatrix != NULL);
    for (int i = 0; i < aMatrix.fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i] = aMatrix.fMatrix[i];
    }
    return *this;
}

template<class T>
const Matrix<T> & Matrix<T>::operator = (const T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i] = aValue;
    }
    return *this;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator + () const
{
    return *this;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator - () const
{
    return *this * T(-1);
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator += (const Matrix<T>& aMatrix)
{
    return *this = *this + aMatrix;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator -= (const Matrix<T>& aMatrix)
{

```

```

        return *this = *this - aMatrix;
    }

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator *= (const Matrix<T>& aMatrix)
{
    return *this = *this * aMatrix;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator + (const Matrix<T>& aMatrix) const
{
    assert((fRowNum == aMatrix.fRowNum) && (fColNum == aMatrix.fColNum));
    Matrix<T> result(*this);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        result[i] += aMatrix[i];
    }
    return result;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator - (const Matrix<T>& aMatrix) const
{
    assert((fRowNum == aMatrix.fRowNum) && (fColNum == aMatrix.fColNum));
    Matrix<T> result(*this);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        result[i] -= aMatrix[i];
    }
    return result;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator * (const Matrix<T>& aMatrix) const
{
    assert(fColNum == aMatrix.fRowNum);
    Matrix<T> result(fRowNum, aMatrix.fColNum, T(0));

    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        for (int j = 0; j < aMatrix.fColNum; j++)
        {
            for (int k = 0; k < fColNum; k++)
            {
                result[i][j] += fMatrix[i][k] * aMatrix[k][j];
            }
        }
    }
    return result;
}

```



```

template<class T>
Vector<T> Matrix<T>::operator * (const Vector<T>& aVector) const
{
    assert(fColNum == aVector.length());
    Vector<T> result(fRowNum);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        result[i] = (fMatrix[i] | aVector);
    }
    return result;
}

```

```

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator += (const T aValue)
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i][i] += aValue;
    }
    return *this;
}

```

```

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator -= (const T aValue)
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i][i] -= aValue;
    }
    return *this;
}

```

```

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator *= (const T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i] *= aValue;
    }
    return *this;
}

```

```

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator /= (const T aValue)
{
    for (int i = 0; i < fRowNum; i++)
    {
        fMatrix[i] /= aValue;
    }
    return *this;
}

```

```

}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator + (T aValue) const
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    Matrix<T> result(*this);
    return result += aValue;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator - (T aValue) const
{
    assert(fRowNum == fColNum);
    Matrix<T> result(*this);
    return result -= aValue;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator * (T aValue) const
{
    Matrix<T> result(*this);
    return result *= aValue;
}

template<class T>
Matrix<T> Matrix<T>::operator / (T aValue) const
{
    Matrix<T> result(*this);
    return result /= aValue;
}

template<class T>
Vector<T> vectorization(const Matrix<T>& aMatrix)
{
    int size = aMatrix.fColNum * aMatrix.fColNum;
    Vector<T> result(size);
    int count = 0;
    for (int j = 0; j < aMatrix.fColNum; j++)
    {
        for (int k = 0; k < aMatrix.fRowNum; k++)
        {
            result[count++] = aMatrix.fMatrix[k][j];
        }
    }
    return result;
}
#pragma endregion

```

```

void calculateParameters(double aR, double aQ,
    const Matrix<double>& aStateMatrix, const Vector<double>& aConrolVector,
    const Vector<double>& aPoint, Matrix<double>& outJacobian, Vector<double>&
outFun)
{
    double r = aR; double q = aQ; double b = aConrolVector[0];
    double a51 = aStateMatrix[0][0];
    double a41 = aStateMatrix[0][1];
    double a52 = aStateMatrix[1][0];
    double a42 = aStateMatrix[1][1];
    double a12 = aStateMatrix[1][2];
    double a15 = aStateMatrix[2][2];
    double a25 = aStateMatrix[2][3];
    double a16 = aStateMatrix[3][2];
    double a26 = aStateMatrix[3][3];
    double p11 = aPoint[0]; double p12 = aPoint[1]; double p13 = aPoint[2];
    double p14 = aPoint[3]; double p22 = aPoint[4]; double p23 = aPoint[5];
    double p24 = aPoint[6]; double p33 = aPoint[7]; double p34 = aPoint[8];
    double p44 = aPoint[9];
    outFun[0] = -2*(a51*p11 + a41 * p12) + 1/r * b*b * p11*p11;
    outFun[1] = -2*a52*p12 - 2*a42*p22 - a12*p23 - a12*p23 + 1/r * p12*p12*b*b;
    outFun[2] = -2*(a15*p33 + a25*p34) + 1/r*p13*p13* b*b - q;
    outFun[3] = -2*(a16*p34 + a26*p44) + 1/r*p14*p14*b*b + q;
    outFun[4] = -a51*p12 - a41*p22 - a52*p11 - a42*p12 - a12*p13 + 1/r*p11*p12*b*b;
    outFun[5] = -a51*p13 - a41*p23 - a15*p13 - a25*p14 + 1/r*p11*p13*b*b;
    outFun[6] = -a51*p14 - a41*p24 - a16*p13 - a16*p14 + 1/r*p11*p14* b*b;
    outFun[7] = -a51*p34 - a52*p14 - a16*p33 - a26*p34 + 1/r*p13*p14* b*b;
    outFun[8] = -a52*p14 - a42*p24 - a12*p34 - a16*p23 - a26*p24 + 1/r*p12*p14*b*b;
    outFun[9] = -a52*p13 - a42*p22 - a12*p33 - a15*p23 - a25*p24 + 1/r*p12*p13*b*b;
    outJacobian[0][0] = (2*p11*b*b) / r - 2*a51;
    outJacobian[1][1] = (2*p12*b*b) / r - 2*a52;
    outJacobian[1][4] = -2*a42;
    outJacobian[1][5] = -2*a12;
    outJacobian[2][2] = (2*p13*b*b) / r;
    outJacobian[2][7] = -2*a15;
    outJacobian[2][8] = -2*a25;
    outJacobian[3][2] = (2*p13*b*b) / r;
    outJacobian[3][7] = -2*a15;
    outJacobian[3][8] = -2*a25;
    outJacobian[4][0] = (p12*b*b) / r - a52;
    outJacobian[4][1] = (p11*b*b) / r - a42 - a51;
    outJacobian[4][2] = -a12;
    outJacobian[4][4] = -a41;
    outJacobian[5][0] = (p13*b*b) / r;
    outJacobian[5][2] = (p11*b*b) / r - a15 - a51;
    outJacobian[5][3] = -a25;
    outJacobian[5][5] = -a41;
    outJacobian[6][0] = (p14*b*b) / r;
    outJacobian[6][2] = -a16;
    outJacobian[6][3] = (p11*b*b) / r - a16 - a51;
    outJacobian[6][6] = -a41;
    outJacobian[7][2] = (p14*b*b) / r;

```

```

outJacobian[7][3] = (p13*b*b) / r - a52;
outJacobian[7][7] = -a16;
outJacobian[7][8] = -a26 - a51;
outJacobian[8][1] = (p14*b*b) / r;
outJacobian[8][3] = (p12*b*b) / r - a52;
outJacobian[8][5] = -a16;
outJacobian[8][6] = -a26 - a42;
outJacobian[8][8] = -a12;
outJacobian[9][1] = (p13*b*b) / r;
outJacobian[9][2] = (p12*b*b) / r - a52;
outJacobian[9][4] = -a42;
outJacobian[9][5] = -a15;
outJacobian[9][6] = -a25;
outJacobian[9][7] = -a12;
}

double calculateControl(
    const Matrix<double>& aStateMatrix,
    const Vector<double>& aConrolVector,
    double aR, double aQ,
    double aThetaP, double aThetaR0, double aThetaRK, double aThetaDK)
{
    Vector<double> function (10, 0);
    Matrix<double> jacobian(10, 10, 0);
    Vector<double> point(10, 0);
    for (int i = 0; i < 1000; i++)
    {
        calculateParameters(aR,aQ,aStateMatrix,aConrolVector,point,jacobian, function);
        Vector<double> delta = -point;
        point += -jacobian.inverse() * function;
        delta += point;
        double sum = 0;
        for (int k = 0; k < delta.length(); k++)
        {
            sum += delta[k] * delta[k];
        }
        if (sqrt(sum) <= 1e-6)
        {
            break;
        }
    }
    double b = aConrolVector[0]; double r = aR;
    double p11 = point[0]; double p12 = point[1];
    double p13 = point[2]; double p14 = point[3];
    return -b / r * (p11 * aThetaP + p12 * aThetaR0 + p13 * aThetaRK + p14 * aThetaDK);
}

```

Додаток Д

Результати експериментальних досліджень процесу КМД

Таблиця Г.1

Результати виміру температур при підвищенні температури в термостаті на 20 К при швидкості у каналах розчину і дистиляту 0,1 м/с

Час спостереження, с	Температура на вході у канал, К	Температура на виході з каналу, К
0	58.4	50.5
10	58.4	50.5
20	58.5	50.5
30	58.4	50.6
40	59.0	50.7
50	59.3	51.0
60	59.7	51.0
70	60.2	51.5
80	60.5	51.7
90	60.9	52.0
100	61.3	53.1
110	61.7	53.2
120	62.2	54.9
130	62.2	54.7
140	62.3	55.7
150	63.2	56.5
160	64.1	56.1
170	64.6	56.4
180	64.7	56.7
190	65.0	57.3
200	65.7	57.5
210	65.7	58.0
220	65.3	57.9
230	65.4	58.5
240	65.5	58.6
250	65.7	58.5
260	65.9	58.3
270	65.9	58.3
280	65.0	58.9
290	65.9	58.5
300	66.0	58.5